

Przeliczanie systemów liczbowych

Podstawy Programowania

System dziesiętny

- Na codzień używany systemu dziesiętnego. Oczywistym jest, że każda liczba składa się z cyfr. Możemy nie zdawać sobie z tego sprawy, ale kolejne cyfry oznaczają wielokrotność kolejnych potęg dziesiątki, np:

$$\begin{aligned} 2453 &= 2 * 1000 + 4 * 100 + 5 * 10 + 3 = \\ &= 2 * 10^3 + 4 * 10^2 + 5 * 10^1 + 3 * 10^0 \end{aligned}$$

- Pozycja: 3 2 1 0
Liczba: 2 4 5 3 = 2 * 10³ + 4 * 10² + 5 * 10¹ + 3 * 10⁰
- Mówimy, że 10 jest podstawą tego systemu.

Systemy liczbowe

- Analogicznie jak w przypadku systemu dziesiętnego można utworzyć systemy bazujące na innej liczbie – z inną podstawą. Wówczas również cyfry liczby w takim systemie będą oznaczały wielokrotności kolejnych potęg podstawy (pozycje będą miały oczywiście te same numery).
- Ogólnie weźmy podstawę równą b (w przykładzie $b > 9$).
Wtedy:
Pozycja: 3 2 1 0
Liczba: $5\ 1\ 4\ 9 = 5 * b^3 + 1 * b^2 + 4 * b^1 + 9 * b^0$
- Ilość cyfr w systemie o podstawie b równa się zawsze $b-1$, jak na przykład w systemie dziesiętnym mamy cyfry od 0 do 9, a w systemie binarnym tylko cyfry 0 i 1.

System binarny

- System o podstawie 2, mamy cyfry 0 i 1.
- $1011_{(2)} = 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 1 * 2^0 =$
 $= 1 * 8 + 0 * 4 + 1 * 2 + 1 * 1 = 8 + 2 + 1 = 11$
- Powyżej pokazane jest więc jak przeliczać liczbę binarną na dziesiętną.
- Przeliczanie z systemu dziesiętnego na binarny:
 1. Liczbę, którą chcesz zamienić podziel przez 2.
 2. Reszta z dzielenia (0 lub 1) jest ostatnią cyfrą zapisu binarnego.
 3. Weź część całkowitą z tego dzielenia i uczyn ją nową liczbą.
 4. Podziel nową liczbę przez 2 i zapisz resztę jako kolejną (od końca) cyfrę zapisu binarnego.
 5. Powtarzaj kroki 3-4 aż część całkowita z dzielenia nie będzie 0.
 6. (Odwróć otrzymany zapis binarny)

System binarny

213 : 2	106	reszta	1	
106 : 2	53		0	
53 : 2	26		1	
26 : 2	13		0	
13 : 2	6		1	
6 : 2	3		0	
3 : 2	1		1	
1 : 2	0	reszta	1	notujemy z dołu do góry ↑
0				

System ósemkowy

- System o podstawie 8, mamy cyfry 0, 1, 2, ..., 7.
- $2315_{(8)} = 2 * 8^3 + 3 * 8^2 + 1 * 8^1 + 5 * 8^0 =$
 $= 2 * 512 + 3 * 64 + 1 * 8 + 5 * 1 = 1024 + 192 + 8 + 5 = 1229$
- Powyżej pokazane jest więc jak przeliczać liczbę ósemkową na dziesiętną.
- Przeliczanie z systemu dziesiętnego na ósemkowy:
 1. Liczbę, którą chcesz zamienić podziel przez 8.
 2. Reszta z dzielenia jest ostatnią cyfrą zapisu ósemkowego.
 3. Weź część całkowitą z tego dzielenia i uczyn ją nową liczbą.
 4. Podziel nową liczbę przez 8 i zapisz resztę jako kolejną (od końca) cyfrę zapisu ósemkowego.
 5. Powtarzaj kroki 3-4 aż część całkowita z dzielenia nie będzie 0.
 6. (Odwróć otrzymany zapis ósemkowego)

System ósemkowy

2022 : 8	252	reszta	6	
252 : 8	31		4	
31 : 8	3		7	
3 : 8	0	reszta	3	↑ zapis
0				

System szesnastkowy

- Podstawą tego systemu jest 16, więc mamy „cyfry” od 0 do 15, ale ponieważ „cyfry” składające się z dwóch cyfr były by mylące wprowadzono oznaczenia literowe:

<i>10</i>		<i>A</i>
<i>11</i>		<i>B</i>
<i>12</i>		<i>C</i>
<i>13</i>		<i>D</i>
<i>14</i>		<i>E</i>
<i>15</i>		<i>F</i>

- Przeliczanie z i na system dziesiętny odbywa się analogicznie jak w systemie binarnym czy ósemkowym.

System szesnastkowy

19631 : 16	1226	reszta	15	→ F	
1226 : 16	76		10	→ A	
76 : 16	4		12	→ C	
4 : 16	0	reszta	4	→ 4	↑ zapis
0					

$$\begin{aligned}4CAF_{(16)} &= 4 \cdot 16^3 + 12 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = \\ &= 4 \cdot 4096 + 12 \cdot 256 + 10 \cdot 16 + 15 \cdot 1 = \\ &= 16384 + 3072 + 160 + 15 = 19631_{(10)}\end{aligned}$$

Ułamki binarne

- W przypadku liczb całkowitych kolejne pozycje odpowiadają kolejnym potęgom podstawy systemu. W przypadku ułamków kolejne liczby po przecinku podpowiadają kolejnym ujemnym potęgom podstawy systemu.

$$0.375_b = 3 * b^{-1} + 7 * b^{-2} + 5 * b^{-3}$$

- Dla systemu binarnego pod b postawiamy 2.
- Przeliczanie ułamka dziesiętnego na binarny:
 1. Podstaw pod część ułamkową zadany ułamek.
 2. Pomnóż część ułamkową razy 2.
 3. Część całkowita iloczynu to kolejna liczba zapisu binarnego (we właściwej kolejności).
 4. Nową częścią ułamkową jest część ułamkowa iloczynu.
 5. Powtarzaj kroki 3-4 aż nie skończysz lub nie osiągniesz ustalonej dokładności.

Ułamki binarne

$0,36 \cdot 2$	$0,72$	cyfra	0	notujemy z góry do dołu ↓
$0,72 \cdot 2$	$1,44$		1	
$0,44 \cdot 2$	$0,88$		0	
$0,88 \cdot 2$	$1,76$		1	
$0,76 \cdot 2$	$1,52$		1	
$0,52 \cdot 2$	$1,04$		1	
$0,04 \cdot 2$	$0,08$		0	
$0,08 \cdot 2$	$0,16$		0	
$0,32 \cdot 2$	$0,64$		0	
$0,64$	
...				im dłuższe przeliczenia tym dokładniejszy wynik końcowy

$$0,010111000_{(2)} = 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} + 1 \cdot 2^{-5} + 1 \cdot 2^{-6} + 0 \cdot 2^{-7} + 0 \cdot 2^{-8} + 0 \cdot 2^{-9}$$

Ułamki binarne

- Ułamki zwykłe zamieniamy na binarne w dokładnie ten sam sposób.
- Jeśli liczba składa się z części całkowitej i ułamkowej np. 6.25 to część całkowitą i ułamkową zamieniamy osobno (6 według algorytmu dla liczb, 0.25 według algorytmu dla ułamków).