

IV MATEMATYCZNE IGRZYSKA DOLNEJ WISŁY

Grudziądz

18 października 2003 roku

Zadanie 1. Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AB| = |AC|$. Wykaż, że dla dowolnego punktu K leżącego na podstawie BC tego trójkąta zachodzi równość

$$|AB|^2 = |AK|^2 + |BK| \cdot |CK|.$$

Zadanie 2. Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} xy + z = t \\ yz + t = x + 1 \\ zt + x = y + 2 \\ tx + y = z - 3 \end{cases}$$

Zadanie 3. Znajdź wszystkie trójki liczb całkowitych dodatnich k, l, m o tej własności, że liczba k^k ma (w zapisie dziesiętnym) l cyfr, liczba l^l ma m cyfr, a liczba m^m ma k cyfr.

Zadanie 4. W polach kwadratowej tablicy 5×5 ustaw liczby:

11, 12, 13, 14, 15,
21, 22, 23, 24, 25,
31, 32, 33, 34, 35,
41, 42, 43, 44, 45,
51, 52, 53, 54, 55

(po jednej liczbie w każdym polu) w ten sposób, by w każdym wierszu oraz w każdej kolumnie były liczby o pięciu różnych cyfrach dziesiątek i pięciu różnych cyfrach jedności.

Początek: 10³⁰. Koniec: 13⁰⁰. Czas rozwiązywania zadań: 150 minut.

Za każde zadanie można otrzymać od 0 do 5 punktów.

Życzymy powodzenia.