

II MATEMATYCZNE IGRZYSKA DOLNEJ WISŁY

Finał

GRUDZIĄDZ

13 czerwca 1998

Zadania dla klas pierwszych

Zadanie 1. Podzielić 1998 na cztery części tak, by stosunek pierwszej części do drugiej był równy $\frac{3}{4}$, drugiej do trzeciej $\frac{4}{5}$, a trzeciej do czwartej $\frac{5}{6}$.

Zadanie 2. Mając trzy liczby dodatnie a, b, c , możemy utworzyć trzy sumy (po dwa składniki): $a + b, a + c, b + c$. Dowieść, że jedna z danych liczb jest średnią kwadratową obu pozostałych wtedy i tylko wtedy, gdy jedna z otrzymanych sum jest średnią harmoniczną obu pozostałych sum. Średnią kwadratową liczb x, y nazywamy $\sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}}$, a harmoniczną $\frac{2}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$.

Zadanie 3. Rozważmy pięć następujących zdań:

A: "Zdanie B jest fałszywe."

B: "Co najmniej jedno ze zdań C i D jest prawdziwe."

C: "Wśród zdań A i E nie ma fałszywego."

D: "Co najmniej jedno ze zdań B i C jest prawdziwe."

E: "Zdanie D jest fałszywe."

Co można powiedzieć o prawdziwości tych zdań?

Zadanie 4. Znaleźć warunek konieczny i dostateczny, jaki powinny spełniać liczby dodatnie a, b, c, d , aby istniał trapez nie będący równoległobokiem, o podstawach długości a, b i ramionach długości c, d .

Początek rozwiązywania zadań: 10.15, koniec: 12.55, czas trwania: 160 min.

Za rozwiązanie każdego zadania można otrzymać 0, 1, 2, 3, 4 lub 5 punktów.

Prosimy nie używać liczydeł, kalkulatorów, ani tablic matematycznych.

Rozwiązanie każdego zadania należy pisać na odpowiednim arkuszu.

Nawet jeśli zadanie nie jest rozwiązane, arkusz ten należy oddać.

Brudnopisy nie będą uwzględniane przy ocenianiu rozwiązań.

Brudnopis można sobie wziąć na pamiątkę.