

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2005/2006

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw II (19 I)

Zadanie 1. Wykaż, że $\sqrt{5} + \sqrt{125} = 2\sqrt{45}$.

Zadanie 2. Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x^2y = z \\ y^2z = x \\ z^2x = y. \end{cases}$$

Zadanie 3. Dany jest ciąg arytmetyczny o wyrazach naturalnych. Uzasadnij, że jeśli jeden z wyrazów tego ciągu jest kwadratem liczby naturalnej, to nieskończenie wiele wyrazów tego ciągu jest kwadratami liczb naturalnych.

Zadanie 4. Znajdź wszystkie pary liczb całkowitych dodatnich n i k spełniające równanie

$$\binom{n}{k} = k^3 + 1.$$

Zadanie 5. W trójkącie ABC znajdź wszystkie punkty P o tej własności, że pola trójkątów ABP i ACP są równe.