

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2005/2006

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla gimnazjum

Zestaw I (3 XI)

Zadanie 1. Liczba 111 111 111 jest podzielna przez 9 i przez 111. Czy to oznacza, że ta liczba jest podzielna przez 999?

Zadanie 2. Znajdź cyfry X i Y , dla których $XX^Y = XYYX$.

Zadanie 3. Podstaw za A , B i C liczby 1, 2 i 3 w takiej kolejności, aby ułamek

$$1 + \frac{1}{A + \frac{1}{B + \frac{1}{C}}}$$

był:

- a) najmniejszy,
- b) największy.

Zadanie 4. Dany jest czworokąt $ABCD$. Uzasadnij, że jeżeli obwody trójkątów ABC , BCD , CDA i DAB są równe, to czworokąt $ABCD$ jest prostokątem.

Zadanie 5. Rycerz zawsze mówi prawdę, łotr zawsze kłamie. Wiadomo, że każda z osób A_1, A_2, \dots, A_n jest rycerzem lub łotrem. Dla $k = 1, 2, \dots, n$ osoba A_k mówi:

„Wśród nas jest dokładnie k łotrów.”

Które z tych osób są rycerzami, a które łotrami?