

BUKIETY MATEMATYCZNE DLA GIMNAZJUM

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

5 X

rok 2005/2006

Bukiet 1

1. Udowodnij wzór

$$1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1.$$

2. Oblicz sumę wszystkich dzielników naturalnych liczby $2^n \cdot p$, gdzie p jest liczbą pierwszą większą od 2.

3. Liczbę naturalną m nazywamy doskonałą, jeśli suma wszystkich dzielników naturalnych liczby m , mniejszych od m , jest równa m .

Wykaż, że jeśli $2^{n+1} - 1$ jest liczbą pierwszą, to

$$2^n \cdot (2^{n+1} - 1)$$

jest liczbą doskonałą. Znajdź kilka przykładów liczb doskonałych.