

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2004/2005

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw V (30 I)

Zadanie 1. Znajdź wszystkie cyfry, którymi może się kończyć zapis dziesiętny sumy

$$1! + 2! + \dots + n!$$

dla $n = 1, 2, 3, \dots$

Zadanie 2. Oblicz iloczyn

$$\underbrace{33 \dots 33}_n \cdot \underbrace{33 \dots 34}_{n-1}.$$

Zadanie 3. Wykaż, że jeżeli $x + y = z$ i $y + z \neq 0$, to

$$\frac{x^3 + z^3}{y^3 + z^3} = \frac{x + z}{y + z}.$$

Zadanie 4. W ilu liczbach pięciocyfrowych cyfra 5 występuje dokładnie k razy? Odpowiedz na to pytanie dla $k = 0, 1, \dots, 5$.

Zadanie 5. W sferę wpisano ostrosłup prawidłowy czworokątny o największej możliwej objętości. Znajdź stosunek krawędzi bocznej tego ostrosłupa do jego krawędzi podstawy.