

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2004/2005

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw III (30 X)

Zadanie 1. Wykaż, że jeżeli liczby całkowite x, y, z, t spełniają równanie

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4t^2,$$

to x, y i z są parzyste.

Zadanie 2. Zadanie ze starożytnego Egiptu. Podziel 100 bochenków chleba między pięciu ludzi w ten sposób, by uzyskane części stanowiły ciąg arytmetyczny i jedna siódma sumy trzech największych części była równa sumie dwóch najmniejszych części.

Zadanie 3. Oblicz sumę

$$1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{11\dots 11}_n.$$

Zadanie 4. Wykaż, że pole trójkąta, którego wierzchołki leżą wewnątrz kwadratu, jest mniejsze od połowy pola tego kwadratu.

Zadanie 5. Dane są czworokąty wpisane $ABCD$ i $A'B'C'D'$. Udowodnij, że jeżeli $AB \parallel A'B'$, $BC \parallel B'C'$ i $CD \parallel C'D'$, to $DA \parallel D'A'$.