

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2004/2005

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw II (10 X)

Zadanie 1. Udowodnij, że liczba 2^{1111} ma więcej niż 333 cyfry.

Zadanie 2. Znajdź wszystkie czwórki liczb całkowitych nieujemnych $x \leq y \leq z \leq t$ spełniające równanie

$$x! + y! + z! = t!.$$

Zadanie 3. Niech p będzie liczbą pierwszą, a m dodatnią liczbą nieparzystą niepodzielną przez p . Udowodnij, że jeżeli k i l są takimi liczbami całkowitymi niepodzielnymi przez p , że suma $k + l$ dzieli się przez p i nie dzieli się przez p^2 , to suma $k^m + l^m$ również dzieli się przez p i nie dzieli się przez p^2 .

Zadanie 4. Wykaż, że $\binom{2n}{n}$ jest podzielne przez $n + 1$.

Zadanie 5. Dany jest $2n$ -kąt opisany na okręgu. Wykaż, że jeśli każde dwa przeciwległe boki tego wielokąta są równoległe, to każde dwa przeciwległe boki tego wielokąta są równe.