

Zadania dla szkoły średniej Zestaw IV (5 XII)

**Zadanie 1.** Wyznacz, w zależności od parametrów  $a$  i  $b$ , liczbę rozwiązań układu równań

$$\begin{cases} x + y = a, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = b. \end{cases}$$

**Zadanie 2.** Dane są liczby całkowite  $a, b, c$  takie, że  $a + b$  jest podzielne przez  $c$ , a  $c$  jest podzielne przez 3. Wykaż, że  $a^3 + b^3$  jest podzielne przez  $3c$ .**Zadanie 3.** Udowodnij, że w trójkącie prostokątnym środkowa wychodząca z wierzchołka kąta prostego jest równa połowie przeciwprostokątnej.**Zadanie 4.** Wiadomo, że dwa spośród poniższych zdań o liczbie naturalnej  $m$  są prawdziwe, a jedno fałszywe:

- $m$  jest czwartą potęgą liczby naturalnej,
- $m + 1$  jest podzielne przez 3,
- $m + 4$  jest liczbą pierwszą.

Znajdź liczbę  $m$ .**Zadanie 5.** Udowodnij, że jeżeli punkt przecięcia przekątnych czworokąta jest środkiem okręgu wpisanego w ten czworokąt, to dany czworokąt jest rombem.

Zadania dla szkoły średniej Zestaw IV (5 XII)

**Zadanie 1.** Wyznacz, w zależności od parametrów  $a$  i  $b$ , liczbę rozwiązań układu równań

$$\begin{cases} x + y = a, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = b. \end{cases}$$

**Zadanie 2.** Dane są liczby całkowite  $a, b, c$  takie, że  $a + b$  jest podzielne przez  $c$ , a  $c$  jest podzielne przez 3. Wykaż, że  $a^3 + b^3$  jest podzielne przez  $3c$ .**Zadanie 3.** Udowodnij, że w trójkącie prostokątnym środkowa wychodząca z wierzchołka kąta prostego jest równa połowie przeciwprostokątnej.**Zadanie 4.** Wiadomo, że dwa spośród poniższych zdań o liczbie naturalnej  $m$  są prawdziwe, a jedno fałszywe:

- $m$  jest czwartą potęgą liczby naturalnej,
- $m + 1$  jest podzielne przez 3,
- $m + 4$  jest liczbą pierwszą.

Znajdź liczbę  $m$ .**Zadanie 5.** Udowodnij, że jeżeli punkt przecięcia przekątnych czworokąta jest środkiem okręgu wpisanego w ten czworokąt, to dany czworokąt jest rombem.

Zadania dla szkoły średniej Zestaw IV (5 XII)

**Zadanie 1.** Wyznacz, w zależności od parametrów  $a$  i  $b$ , liczbę rozwiązań układu równań

$$\begin{cases} x + y = a, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = b. \end{cases}$$

**Zadanie 2.** Dane są liczby całkowite  $a, b, c$  takie, że  $a + b$  jest podzielne przez  $c$ , a  $c$  jest podzielne przez 3. Wykaż, że  $a^3 + b^3$  jest podzielne przez  $3c$ .**Zadanie 3.** Udowodnij, że w trójkącie prostokątnym środkowa wychodząca z wierzchołka kąta prostego jest równa połowie przeciwprostokątnej.**Zadanie 4.** Wiadomo, że dwa spośród poniższych zdań o liczbie naturalnej  $m$  są prawdziwe, a jedno fałszywe:

- $m$  jest czwartą potęgą liczby naturalnej,
- $m + 1$  jest podzielne przez 3,
- $m + 4$  jest liczbą pierwszą.

Znajdź liczbę  $m$ .**Zadanie 5.** Udowodnij, że jeżeli punkt przecięcia przekątnych czworokąta jest środkiem okręgu wpisanego w ten czworokąt, to dany czworokąt jest rombem.

Zadania dla szkoły średniej Zestaw IV (5 XII)

**Zadanie 1.** Wyznacz, w zależności od parametrów  $a$  i  $b$ , liczbę rozwiązań układu równań

$$\begin{cases} x + y = a, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = b. \end{cases}$$

**Zadanie 2.** Dane są liczby całkowite  $a, b, c$  takie, że  $a + b$  jest podzielne przez  $c$ , a  $c$  jest podzielne przez 3. Wykaż, że  $a^3 + b^3$  jest podzielne przez  $3c$ .**Zadanie 3.** Udowodnij, że w trójkącie prostokątnym środkowa wychodząca z wierzchołka kąta prostego jest równa połowie przeciwprostokątnej.**Zadanie 4.** Wiadomo, że dwa spośród poniższych zdań o liczbie naturalnej  $m$  są prawdziwe, a jedno fałszywe:

- $m$  jest czwartą potęgą liczby naturalnej,
- $m + 1$  jest podzielne przez 3,
- $m + 4$  jest liczbą pierwszą.

Znajdź liczbę  $m$ .**Zadanie 5.** Udowodnij, że jeżeli punkt przecięcia przekątnych czworokąta jest środkiem okręgu wpisanego w ten czworokąt, to dany czworokąt jest rombem.