

## BUKIETY MATEMATYCZNE DLA SZKOŁY ŚREDNIEJ

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

20 X

rok 2004/2005

*Bukiet 2*

Zbiór nazywamy wypukłym, jeśli odcinek łączący dowolne dwa punkty należące do tego zbioru jest zawarty w tym zbiorze.

**1. a)** Na płaszczyźnie dane są punkty  $A, B, C, D$ . Znajdź punkt  $S$  o tej własności, że jeśli dowolne trzy spośród punktów  $A, B, C, D$  należą do zbioru wypukłego, to punkt  $S$  też należy do tego zbioru wypukłego.

**b)** Na płaszczyźnie dane są cztery zbiory wypukłe. Udowodnij, że jeżeli dowolne trzy z tych czterech zbiorów mają wspólny punkt, to wszystkie cztery zbiory też mają wspólny punkt.

**2. a)** Na płaszczyźnie dane są zbiory wypukłe  $A_1, \dots, A_n, A_{n+1}$ ,  $n > 3$ . Uzasadnij, że jeśli dowolne trzy spośród danych zbiorów mają wspólny punkt, to również dowolne trzy spośród  $n$  zbiorów  $A_1, \dots, A_{n-1}, A_n \cap A_{n+1}$  mają wspólny punkt.

**b)** Wykaż, że część wspólna dwóch zbiorów wypukłych jest zbiorem wypukłym.

**c)** Na płaszczyźnie danych jest  $n$  zbiorów wypukłych,  $n > 3$ . Udowodnij, że jeżeli dowolne trzy z danych zbiorów mają wspólny punkt, to wszystkie zbiory też mają wspólny punkt.

**3.** Czy podobna własność zachodzi dla zbiorów wypukłych w przestrzeni trójwymiarowej?