

# BUKIETY MATEMATYCZNE DLA SZKOŁY ŚREDNIEJ

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

30 IX

rok 2004/2005

*Bukiet 1*

Napisaliśmy  $n$  listów do  $n$  osób i zaadresowaliśmy  $n$  kopert. Przez  $a_n$  oznaczmy liczbę sposobów włożenia listów do kopert, spełniających następujący warunek:

(★) wkładamy wszystkie listy do kopert, po jednym liście do każdej koperty, ale żaden list nie trafia do właściwej koperty.

1. Znajdź  $a_1, a_2, a_3, a_4$  i  $a_5$ .

2. Załóżmy, że  $n > 2$ . Wybierzmy spośród adresatów naszych listów osoby  $A$  i  $B$ . Rozważmy wszystkie sposoby włożenia listów do kopert, spełniające warunek (★), przy których list napisany do osoby  $A$  wkładamy do koperty zaadresowanej do osoby  $B$ , a do koperty zaadresowanej do osoby  $A$  wkładamy list napisany do:

a) osoby  $B$ ,

b) innej osoby niż  $B$ .

Udowodnij, że liczby tych sposobów są odpowiednio równe:

a)  $a_{n-2}$ , b)  $a_{n-1}$ .

3. Wyprowadź wzór

$$(★★) \quad a_n = (n - 1)(a_{n-1} + a_{n-2}), \quad n = 3, 4, 5, \dots$$

4. Porównując z wynikami zadania 1, sprawdź poprawność wzoru (★★) dla  $n = 3, 4, 5$ , a następnie wyznacz  $a_6$ .