

# INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2004/2005

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla gimnazjum

Zestaw V (9 III)

**Zadanie 1.** Oblicz

$$2^{100} \cdot 2^{-99} \cdot 2^{98} \cdot 2^{-97} \cdot \dots \cdot 2^2 \cdot 2^{-1}.$$

**Zadanie 2.** Wykaż, że liczby  $x$  i  $y$  spełniają równanie

$$x^2 + y^2 = 2xy + 1$$

dokładnie wtedy, gdy  $|x - y| = 1$ .

**Zadanie 3.** Znajdź wszystkie liczby czterocyfrowe  $ABCD$ , które są podzielne przez wszystkie swoje cyfry oraz przez liczby dwucyfrowe  $AB$ ,  $BC$  i  $CD$ .

**Zadanie 4.** Oblicz pole rombu o boku długości  $a$ , w którym jedna z przekątnych ma długość  $a$ .

**Zadanie 5.** Dany jest trójkąt  $ABC$ . Przez punkt  $C$  prowadzimy proste równoległe do dwusiecznych kątów  $BAC$  i  $ABC$ . Punkty przecięcia tych prostych z prostą  $AB$  oznaczmy przez  $K$  i  $L$ . Uzasadnij, że długość odcinka  $KL$  jest równa obwodowi trójkąta  $ABC$ .