

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2004/2005

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla gimnazjum

Zestaw IV (15 XII)

Zadanie 1. Znajdź najmniejszą liczbę pięciocyfrową, której wszystkie cyfry są parzyste, a ich suma jest równa 22.

Zadanie 2. Dane są liczby naturalne $m, n \geq 1$. Wykaż, że

$$\left(\frac{m}{n}\right)^{m-n} = \left(\frac{n}{m}\right)^{n-m}.$$

Zadanie 3. Przyprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość $\sqrt{2}$. Znajdź długości dwóch pozostałych boków tego trójkąta, wiedząc, że ich różnica jest równa 1.

Zadanie 4. Dany jest czworokąt $ABCD$ taki, że $|AB| = |AD|$, $|BC| = |CD|$, $|\angle BAD| = 60^\circ$ oraz $|\angle BCD| = 150^\circ$. Udowodnij, że $|AB| = |BD| = |AC|$.

Zadanie 5. Jaka najmniejsza liczba kolorów wystarczy do pomalowania wierzchołków ostrosłupa n -kątnego tak, aby końce każdej krawędzi były różnych kolorów? To samo pytanie dla graniastosłupa n -kątnego.