

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2004/2005

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla gimnazjum

Zestaw II (20 X)

Zadanie 1. Uzasadnij, że jeżeli m i n są liczbami całkowitymi niepodzielnymi przez 3, to jedna z liczb $mn + 1$, $m - n$ jest podzielna przez 3.

Zadanie 2. Wykaż, że iloczyn dowolnych czterech kolejnych liczb całkowitych można przedstawić w postaci iloczynu dwóch kolejnych liczb parzystych.

Zadanie 3. Następujące liczby ustaw w kolejności od najmniejszej do największej:

$$1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}, \quad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}, \quad \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}}, \quad \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}}}$$

Zadanie 4. Podaj przykład dziesięciu (niekoniecznie różnych) liczb wymiernych różnych od zera, których suma jest równa 1 i suma ich kwadratów jest równa 1.

Zadanie 5. Dwa okręgi przecinają się w punktach A i B . Przez punkt B poprowadzono prostą przecinającą jeden okrąg w punkcie C , a drugi okrąg w punkcie D . Uzasadnij, że odcinek AC jest średnicą jednego okręgu dokładnie wtedy, gdy odcinek AD jest średnicą drugiego okręgu.