Internetowe Kółko Matematyczne 2004/2005

Zadania dla gimnazjum *Zestaw II* (20 X)

Zadanie 1. Uzasadnij, że jeżeli m i n są liczbami całkowitymi niepodzielnymi przez 3, to jedna z liczb $mn+1$, $m-n$ jest podzielna przez 3.

Zadanie 2. Wykaż, że iloczyn dowolnych czterech kolejnych liczb całkowitych można przedstawić w postaci iloczynu dwóch kolejnych liczb parzystych.

Zadanie 3. Następujące liczby ustaw w kolejności od najmniejszej do największej:

$$1+\frac{1}{1+\frac{1}{1}},\quad 1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1}}},\quad \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}},\quad \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}}}.$$

Zadanie 4. Podaj przykład dziesięciu (niekoniecznie różnych) liczb wymiernych różnych od zera, których suma jest równa 1 i suma ich kwadratów jest równa 1.

Zadanie 5. Dwa okręgi przecinają się w punktach A i B. Przez punkt B poprowadzono prostą przecinającą jeden okrąg w punkcie C, a drugi okrąg w punkcie D. Uzasadnij, że odcinek AC jest średnicą jednego okręgu dokładnie wtedy, gdy odcinek AD jest średnicą drugiego okręgu.

Internetowe Kółko Matematyczne 2004/2005

Zadania dla gimnazjum *Zestaw II* (20 X)

Zadanie 1. Uzasadnij, że jeżeli m i n są liczbami całkowitymi niepodzielnymi przez 3, to jedna z liczb $mn+1$, $m-n$ jest podzielna przez 3.

Zadanie 2. Wykaż, że iloczyn dowolnych czterech kolejnych liczb całkowitych można przedstawić w postaci iloczynu dwóch kolejnych liczb parzystych.

Zadanie 3. Następujące liczby ustaw w kolejności od najmniejszej do największej:

$$1+\frac{1}{1+\frac{1}{1}},\quad 1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1}}},\quad \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}},\quad \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}}}.$$

Zadanie 4. Podaj przykład dziesięciu (niekoniecznie różnych) liczb wymiernych różnych od zera, których suma jest równa 1 i suma ich kwadratów jest równa 1.

Zadanie 5. Dwa okręgi przecinają się w punktach A i B. Przez punkt B poprowadzono prostą przecinającą jeden okrąg w punkcie C, a drugi okrąg w punkcie D. Uzasadnij, że odcinek AC jest średnicą jednego okręgu dokładnie wtedy, gdy odcinek AD jest średnicą drugiego okręgu.

Internetowe Kółko Matematyczne 2004/2005

Zadania dla gimnazjum *Zestaw II* (20 X)

Zadanie 1. Uzasadnij, że jeżeli m i n są liczbami całkowitymi niepodzielnymi przez 3, to jedna z liczb $mn+1$, $m-n$ jest podzielna przez 3.

Zadanie 2. Wykaż, że iloczyn dowolnych czterech kolejnych liczb całkowitych można przedstawić w postaci iloczynu dwóch kolejnych liczb parzystych.

Zadanie 3. Następujące liczby ustaw w kolejności od najmniejszej do największej:

$$1+\frac{1}{1+\frac{1}{1}},\quad 1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1}}},\quad \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}},\quad \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}}}.$$

Zadanie 4. Podaj przykład dziesięciu (niekoniecznie różnych) liczb wymiernych różnych od zera, których suma jest równa 1 i suma ich kwadratów jest równa 1.

Zadanie 5. Dwa okręgi przecinają się w punktach A i B. Przez punkt B poprowadzono prostą przecinającą jeden okrąg w punkcie C, a drugi okrąg w punkcie D. Uzasadnij, że odcinek AC jest średnicą jednego okręgu dokładnie wtedy, gdy odcinek AD jest średnicą drugiego okręgu.

Internetowe Kółko Matematyczne 2004/2005

Zadania dla gimnazjum *Zestaw II* (20 X)

Zadanie 1. Uzasadnij, że jeżeli m i n są liczbami całkowitymi niepodzielnymi przez 3, to jedna z liczb $mn+1$, $m-n$ jest podzielna przez 3.

Zadanie 2. Wykaż, że iloczyn dowolnych czterech kolejnych liczb całkowitych można przedstawić w postaci iloczynu dwóch kolejnych liczb parzystych.

Zadanie 3. Następujące liczby ustaw w kolejności od najmniejszej do największej:

$$1+\frac{1}{1+\frac{1}{1}},\quad 1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1}}},\quad \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}},\quad \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1}}}}.$$

Zadanie 4. Podaj przykład dziesięciu (niekoniecznie różnych) liczb wymiernych różnych od zera, których suma jest równa 1 i suma ich kwadratów jest równa 1.

Zadanie 5. Dwa okręgi przecinają się w punktach A i B. Przez punkt B poprowadzono prostą przecinającą jeden okrąg w punkcie C, a drugi okrąg w punkcie D. Uzasadnij, że odcinek AC jest średnicą jednego okręgu dokładnie wtedy, gdy odcinek AD jest średnicą drugiego okręgu.