

# INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2003/2004

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw XIII (10 V)

**Zadanie 1.** Wykaż, że  $\frac{1}{4}n^4 + n^3 - \frac{1}{4}n^2 - n$  jest liczbą całkowitą podzielną przez 3 dla każdego całkowitego  $n$ .

**Zadanie 2.** Znajdź wszystkie liczby naturalne  $n > 1$  o tej własności, że kwadrat dowolnej liczby pierwszej większej od 3 daje przy dzieleniu przez  $n$  resztę 1.

**Zadanie 3.** Uzasadnij, że jeśli liczby  $a, b, c$  są długościami boków trójkąta, to

$$a^2 + b^2 > \frac{c^2}{2}.$$

**Zadanie 4.** Udowodnij, że jeżeli suma  $m$  pierwszych wyrazów pewnego ciągu arytmetycznego jest równa sumie jego  $n$  pierwszych wyrazów, przy czym  $m \neq n$ , to suma  $m + n$  pierwszych wyrazów tego ciągu jest równa 0.

**Zadanie 5.** Dany jest sześciokąt, który ma trzy pary boków równoległych i można w niego wpisać okrąg. Uzasadnij, że ten sześciokąt ma trzy pary boków równych.