

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2003/2004

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw XII (26 IV)

Zadanie 1. Znajdź wszystkie pary liczb całkowitych nieujemnych m, n , dla których $m^2 = 2^n + 1$.

Zadanie 2. Wiadomo, że $a - \frac{1}{a} = 2$. Oblicz $a^3 - \frac{1}{a^3}$.

Zadanie 3. Udowodnij nierówność

$$x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$$

dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y .

Zadanie 4. Dana jest liczba naturalna n . Oblicz sumę

$$1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + n \cdot 2^n.$$

Zadanie 5. Na płaszczyźnie dane są dwa trójkąty równoboczne ABC i DEF takie, że punkt C leży na prostej DE , a punkt F leży na prostej AB . Wykaż, że jeżeli $B \neq D$ i $A \neq E$, to proste BD i AE są równoległe.