

# INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2003/2004

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw XI (29 III)

**Zadanie 1.** Znajdź największą potęgę liczby 2, przez którą dzieli się liczba  $\frac{(2n)!}{n!}$ .

**Zadanie 2.** Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x + 2y = xy \\ y + 3z = yz \\ z + 4x = zx. \end{cases}$$

**Zadanie 3.** Dane są liczby dodatnie  $a$  i  $b$ . Jaka jest najmniejsza możliwa wartość wyrażenia  $x^2 + y^2$  dla liczb  $x, y$  spełniających warunek  $ax + by = 1$ ?

**Zadanie 4.** Udowodnij, że w trójkącie  $ABC$  środkowe poprowadzone z wierzchołków  $A$  i  $B$  są prostopadłe wtedy i tylko wtedy, gdy

$$|AC|^2 + |BC|^2 = 5 \cdot |AB|^2.$$

**Zadanie 5.** Znajdź wysokość trapezu, którego kolejne boki mają długości 2, 3, 5 i 4.