

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2003/2004

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw X (15 III)

Zadanie 1. Podaj przykład n kolejnych liczb naturalnych, z których żadna nie jest liczbą pierwszą.

Zadanie 2. Wykaż, że dla dowolnego naturalnego n liczby $2n + 3$ i $3n + 4$ są względnie pierwsze.

Zadanie 3. Dane są liczby naturalne m i n takie, że $m > n + 1$. Uzasadnij, że liczba $\frac{m^n - 1}{m - 1}$ jest całkowita i znajdź jej resztę z dzielenia przez $m - 1$.

Zadanie 4. Mając dane $\sin x \cdot \cos x = a$, oblicz $\sin^4 x + \cos^4 x$.

Zadanie 5. Na przeciwprostokątnej BC równoramiennego trójkąta prostokątnego ABC obrano dowolny punkt D . Uzasadnij, że pozostałe dwa wierzchołki kwadratu o przekątnej AD są środkami okręgów opisanych na trójkątach ABD i ACD .