

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2003/2004

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw VI (5 XII)

Zadanie 1. Wyznacz wszystkie trójki liczb rzeczywistych a , b , c spełniających warunki

$$a = \frac{b+c}{2} \quad \text{i} \quad c = \sqrt{ab}.$$

Zadanie 2. Udowodnij, że dla dowolnego rzeczywistego x zachodzi równość

$$[x] + [x + \frac{1}{2}] = [2x].$$

Zadanie 3. Znajdź najmniejszą liczbę s , dla której istnieją liczby rzeczywiste b i c takie, że nierówność

$$|x^2 + bx + c| \leq s$$

zachodzi dla każdego $x \in [-1, 1]$.

Zadanie 4. Wykaż, że jeżeli liczby a , b , c są długościami boków trójkąta, to liczby \sqrt{a} , \sqrt{b} , \sqrt{c} też są długościami boków trójkąta.

Zadanie 5. W pewnym czworokącie przekątne są dwusiecznymi kątów wewnętrznych. Jaki to czworokąt?