

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2003/2004

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw III (10 X)

Zadanie 1. Uzasadnij, że jeżeli liczba całkowita n nie dzieli się przez 5, to liczba $n^4 + 4$ dzieli się przez 5.

Zadanie 2. Udowodnij, że dla dowolnej liczby naturalnej $n \geq 1$ zachodzi nierówność

$$1^1 + 2^2 + \dots + n^n < (n + 1)^{n+1}.$$

Zadanie 3. Znajdź długości boków trójkąta, którego wysokości wynoszą $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ i $\frac{1}{5}$.

Zadanie 4. Wysokość i środkowa, poprowadzone z wierzchołka trójkąta, dzielą kąt przy tym wierzchołku na trzy równe części. Znajdź kąty tego trójkąta.

Zadanie 5. Czy istnieje wielościan, którego wszystkie ściany mają różne liczby boków?