

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2003/2004

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw II (19 IX)

Zadanie 1. Udowodnij, że dla każdego naturalnego $n \geq 1$ liczba $\sqrt{3n+2}$ jest niewymierna.

Zadanie 2. Dane są liczby naturalne $m, n, r \geq 1$. Oblicz sumę

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{(km+r)((k+1)m+r)}.$$

Zadanie 3. Wyznacz wszystkie funkcje postaci

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d},$$

gdzie $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ (oraz $c \neq 0$ lub $d \neq 0$), takie, że $f(f(x)) = x$ dla każdego x z dziedziny funkcji f .

Zadanie 4. Znajdź długość dwusiecznej kąta prostego w trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych długości a i b .

Zadanie 5. Niech O_n oznacza obwód n -kąta foremnego opisanego na okręgu o promieniu 1. Wykaż, że ciąg $(O_n)_{n=3}^{\infty}$ jest malejący i ograniczony z dołu. Znajdź jego granicę.

To samo zadanie w przypadku, gdy O_n oznacza obwód n -kąta foremnego o polu równym 1.