

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2003/2004

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw I (5 IX)

Zadanie 1. Które liczby całkowite można przedstawić w postaci różnicy kwadratów dwóch liczb całkowitych?

Zadanie 2. Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ (x^2 - y^2)(x^3 - y^3) = 2432. \end{cases}$$

Zadanie 3. Czy liczby naturalne od 1 do $n^2 + n$ można ustawić w tablicy $n \times (n + 1)$ w ten sposób, by równe były sumy liczb w każdym wierszu i równe były sumy liczb w każdej kolumnie.

Zadanie 4. Dane są liczby rzeczywiste a, b, c . Znajdź funkcję f , spełniającą dla każdego $x \in \mathbb{R}$ równanie

$$f(x) + b \cdot f(a - x) = c.$$

Zadanie 5. Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg. Wykaż, że

$$\frac{|BP|}{|AP|} = \frac{|BC|}{|AD|},$$

gdzie P jest punktem przecięcia przekątnych AC i BD .