

BUKIETY MATEMATYCZNE DLA SZKOŁY ŚREDNIEJ

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

17 V

rok 2003/2004

*Bukiet 13*

1. a) Dla  $k = 1, 2, 3, \dots$  rozważmy ciągi

$$(x_n^{(k)}) = (x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}, \dots)$$

o wyrazach ze zbioru  $\{0, 1\}$ . Czy istnieje ciąg

$$(x_n) = (x_1, x_2, x_3, \dots)$$

o wyrazach ze zbioru  $\{0, 1\}$ , którego  $k$ -ty wyraz jest różny od  $k$ -tego wyrazu ciągu  $(x_n^{(k)})$  dla  $k = 1, 2, 3, \dots$ ?

b) Czy wszystkie ciągi o wyrazach ze zbioru  $\{0, 1\}$  można ustawić w ciąg (czyli ponumerować liczbami naturalnymi)?

c) Czy wszystkie liczby rzeczywiste można ustawić w ciąg?

2. Dany jest dowolny zbiór  $A$ .

a) Załóżmy, że dla każdego  $x \in A$  została określona funkcja  $f_x: A \rightarrow \{0, 1\}$ . Czy istnieje funkcja  $g: A \rightarrow \{0, 1\}$  taka, że  $g(x) \neq f_x(x)$  dla każdego  $x \in A$ ?

b) Oznaczmy przez  $\{0, 1\}^A$  zbiór wszystkich funkcji z  $A$  do  $\{0, 1\}$ . Czy istnieje funkcja  $F: A \rightarrow \{0, 1\}^A$ , której zbiorem wartości jest cały zbiór  $\{0, 1\}^A$ ?

c) Symbolem  $2^A$  oznaczamy zbiór wszystkich podzbiorów zbioru  $A$ . Czy istnieje funkcja  $f: A \rightarrow 2^A$ , której zbiorem wartości jest  $2^A$ ?