

BUKIETY MATEMATYCZNE DLA SZKOŁY ŚREDNIEJ

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

16 I

rok 2003/2004

Bukiet 7

1. Wykaż, że jeżeli $x \leq 1$ i $y \geq 1$, to

$$x + y \geq xy + 1.$$

2. Udowodnij indukcyjnie, że jeśli iloczyn liczb dodatnich x_1, x_2, \dots, x_n wynosi 1, to

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \geq n.$$

3. Udowodnij, że dla dowolnych liczb dodatnich a_1, a_2, \dots, a_n zachodzi nierówność

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}.$$

4. Rozstrzygnij, kiedy w powyższych nierównościach zachodzą równości.