Bukiety matematyczne dla szkoły średniej

17 V rok 2003/2004 *Bukiet 13*

1. a) Dla $k = 1, 2, 3, \ldots$ rozważmy ciągi

$$(x_n^{(k)}) = (x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}, \ldots)$$

o wyrazach ze zbioru $\{0, 1\}$. Czy istnieje ciąg

$$(x_n) = (x_1, x_2, x_3, \ldots)$$

o wyrazach ze zbioru $\{0, 1\}$, którego k-ty wyraz jest różny od k-tego wyrazu ciągu $(x_n^{(k)})$ dla $k = 1, 2, 3, \ldots$?

b) Czy wszystkie ciągi o wyrazach ze zbioru $\{0, 1\}$ można ustawić w ciąg (czyli ponumerować liczbami naturalnymi)?

c) Czy wszystkie liczby rzeczywiste można ustawić w ciąg?

2. Dany jest dowolny zbiór A.

a) Załóżmy, że dla każdego $x \in A$ została określona funkcja $f_x \colon A \to \{0, 1\}$. Czy istnieje funkcja $g \colon A \to \{0, 1\}$ taka, że $g(x) \neq f_x(x)$ dla każdego $x \in A$?

b) Oznaczmy przez $\{0, 1\}^A$ zbiór wszystkich funkcji z A do $\{0, 1\}$. Czy istnieje funkcja $F \colon A \to \{0, 1\}^A$, której zbiorem wartości jest cały zbiór $\{0, 1\}^A$?

c) Symbolem 2^A oznaczamy zbiór wszystkich podzbiorów zbioru A. Czy istnieje funkcja $f \colon A \to 2^A$, której zbiorem wartości jest 2^A?

Bukiety matematyczne dla szkoły średniej

17 V rok 2003/2004 *Bukiet 13*

1. a) Dla $k = 1, 2, 3, \ldots$ rozważmy ciągi

$$(x_n^{(k)}) = (x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}, \ldots)$$

o wyrazach ze zbioru $\{0, 1\}$. Czy istnieje ciąg

$$(x_n) = (x_1, x_2, x_3, \ldots)$$

o wyrazach ze zbioru $\{0, 1\}$, którego k-ty wyraz jest różny od k-tego wyrazu ciągu $(x_n^{(k)})$ dla $k = 1, 2, 3, \ldots$?

b) Czy wszystkie ciągi o wyrazach ze zbioru $\{0, 1\}$ można ustawić w ciąg (czyli ponumerować liczbami naturalnymi)?

c) Czy wszystkie liczby rzeczywiste można ustawić w ciąg?

2. Dany jest dowolny zbiór A.

a) Załóżmy, że dla każdego $x \in A$ została określona funkcja $f_x \colon A \to \{0, 1\}$. Czy istnieje funkcja $g \colon A \to \{0, 1\}$ taka, że $g(x) \neq f_x(x)$ dla każdego $x \in A$?

b) Oznaczmy przez $\{0, 1\}^A$ zbiór wszystkich funkcji z A do $\{0, 1\}$. Czy istnieje funkcja $F \colon A \to \{0, 1\}^A$, której zbiorem wartości jest cały zbiór $\{0, 1\}^A$?

c) Symbolem 2^A oznaczamy zbiór wszystkich podzbiorów zbioru A. Czy istnieje funkcja $f \colon A \to 2^A$, której zbiorem wartości jest 2^A?

Bukiety matematyczne dla szkoły średniej

17 V rok 2003/2004 *Bukiet 13*

1. a) Dla $k = 1, 2, 3, \ldots$ rozważmy ciągi

$$(x_n^{(k)}) = (x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}, \ldots)$$

o wyrazach ze zbioru $\{0, 1\}$. Czy istnieje ciąg

$$(x_n) = (x_1, x_2, x_3, \ldots)$$

o wyrazach ze zbioru $\{0, 1\}$, którego k-ty wyraz jest różny od k-tego wyrazu ciągu $(x_n^{(k)})$ dla $k = 1, 2, 3, \ldots$?

b) Czy wszystkie ciągi o wyrazach ze zbioru $\{0, 1\}$ można ustawić w ciąg (czyli ponumerować liczbami naturalnymi)?

c) Czy wszystkie liczby rzeczywiste można ustawić w ciąg?

2. Dany jest dowolny zbiór A.

a) Załóżmy, że dla każdego $x \in A$ została określona funkcja $f_x \colon A \to \{0, 1\}$. Czy istnieje funkcja $g \colon A \to \{0, 1\}$ taka, że $g(x) \neq f_x(x)$ dla każdego $x \in A$?

b) Oznaczmy przez $\{0, 1\}^A$ zbiór wszystkich funkcji z A do $\{0, 1\}$. Czy istnieje funkcja $F \colon A \to \{0, 1\}^A$, której zbiorem wartości jest cały zbiór $\{0, 1\}^A$?

c) Symbolem 2^A oznaczamy zbiór wszystkich podzbiorów zbioru A. Czy istnieje funkcja $f \colon A \to 2^A$, której zbiorem wartości jest 2^A?

Bukiety matematyczne dla szkoły średniej

17 V rok 2003/2004 *Bukiet 13*

1. a) Dla $k = 1, 2, 3, \ldots$ rozważmy ciągi

$$(x_n^{(k)}) = (x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}, \ldots)$$

o wyrazach ze zbioru $\{0, 1\}$. Czy istnieje ciąg

$$(x_n) = (x_1, x_2, x_3, \ldots)$$

o wyrazach ze zbioru $\{0, 1\}$, którego k-ty wyraz jest różny od k-tego wyrazu ciągu $(x_n^{(k)})$ dla $k = 1, 2, 3, \ldots$?

b) Czy wszystkie ciągi o wyrazach ze zbioru $\{0, 1\}$ można ustawić w ciąg (czyli ponumerować liczbami naturalnymi)?

c) Czy wszystkie liczby rzeczywiste można ustawić w ciąg?

2. Dany jest dowolny zbiór A.

a) Załóżmy, że dla każdego $x \in A$ została określona funkcja $f_x \colon A \to \{0, 1\}$. Czy istnieje funkcja $g \colon A \to \{0, 1\}$ taka, że $g(x) \neq f_x(x)$ dla każdego $x \in A$?

b) Oznaczmy przez $\{0, 1\}^A$ zbiór wszystkich funkcji z A do $\{0, 1\}$. Czy istnieje funkcja $F \colon A \to \{0, 1\}^A$, której zbiorem wartości jest cały zbiór $\{0, 1\}^A$?

c) Symbolem 2^A oznaczamy zbiór wszystkich podzbiorów zbioru A. Czy istnieje funkcja $f \colon A \to 2^A$, której zbiorem wartości jest 2^A?