

# INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2003/2004

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla gimnazjum

Zestaw XII (4 V)

**Zadanie 1.** Ile dzielników naturalnych ma liczba  $12^{10}$ ?

**Zadanie 2.** Wykaż, że jeżeli  $a - b = 1$ , to  $2^a - 2^b = 2^b$  ( $a$  i  $b$  są liczbami naturalnymi).

**Zadanie 3.** Udowodnij, że jeżeli liczby rzeczywiste  $x, y$  spełniają nierówność

$$x^2 + xy + y^2 < x^3y^3,$$

to  $xy > \sqrt{3}$  lub  $-\sqrt{3} < xy < 0$ .

**Zadanie 4.** Rycerz zawsze mówi prawdę, łotr zawsze kłamie.

$A$  mówi: „Wśród  $B, C$  i  $D$  jest łotr.”

$B$  mówi: „Wśród  $C$  i  $D$  jest łotr.”

Kim jest  $A$ ?

**Zadanie 5.** Czy siedmiokąt może mieć dwie pary i jedną trójkę boków równoległych?