

# INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE 2003/2004

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla gimnazjum

Zestaw III (24 X)

**Zadanie 1.** Znajdź liczby naturalne  $M$  i  $N$  większe od 0 i mniejsze od 100, o tej własności, że dana wartość po zmniejszeniu o  $M\%$ , a następnie zwiększeniu o  $N\%$ , nie ulegnie zmianie.

**Zadanie 2.** Z pięciu różnych liczb wymiernych utworzono wszystkie sumy po cztery liczby i otrzymano:

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 1, \frac{3}{2}.$$

Znajdź pięć liczb o tej własności.

**Zadanie 3.** Udowodnij nierówność

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca.$$

**Zadanie 4.** W trójkącie równoramiennym  $ABC$  kąt przy wierzchołku  $A$  jest różny od kąta przy wierzchołku  $B$ . Jaką miarę może mieć kąt przy wierzchołku  $B$ , jeśli wiadomo, że kąt przy wierzchołku  $A$  ma miarę mniejszą od  $30^\circ$ .

**Zadanie 5.** Wewnątrz równoległoboku  $ABCD$  obrano dowolny punkt  $K$ . Uzasadnij, że

$$P(ABK) + P(CDK) = P(BCK) + P(DAK).$$