

BUKIETY MATEMATYCZNE DLA GIMNAZJUM

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

10 V

rok 2003/2004

Bukiet 13

Niech n będzie liczbą naturalną większą od 1. Przez k oznaczmy największą liczbę naturalną taką, że $2^k \leq n$.

1. Uzasadnij, że

$$\text{NWW}(1, 2, 3, \dots, n) = 2^k \cdot m,$$

gdzie m jest pewną liczbą nieparzystą.

2. Każdy z ułamków $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{n}$ przedstawiamy w postaci ułamka o mianowniku $2^k \cdot m$. Ile z otrzymanych ułamków będzie miało nieparzyste liczniki?

3. Wykaż, że suma

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$$

nie jest liczbą całkowitą.