

BUKIETY MATEMATYCZNE DLA GIMNAZJUM

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

15 III

rok 2003/2004

Bukiet 10

Określmy działanie „ \diamond ” w następujący sposób. Jeśli a i b są liczbami rzeczywistymi takimi, że $a \cdot b \neq 1$, to przyjmujemy

$$a \diamond b = \frac{a + b}{1 - a \cdot b}.$$

1. Sprawdź, że dla dowolnej liczby a oraz dowolnej liczby b takiej, że $a \cdot b \neq 1$, zachodzą równości:

$$a \diamond 0 = a, \quad a \diamond (-a) = 0, \quad a \diamond b = b \diamond a.$$

2. Jakie warunki powinny spełniać liczby a , b i c , aby miały sens wyrażenia $(a \diamond b) \diamond c$ i $a \diamond (b \diamond c)$. Wykaż, że wówczas zachodzi równość

$$(a \diamond b) \diamond c = a \diamond (b \diamond c).$$

3. Dane są liczby rzeczywiste a i b . Korzystając z powyższych własności działania „ \diamond ”, rozwiąż równanie

$$x \diamond a = b.$$