

# INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

## Wskazówki do zadań

11 III 2003

### Zestaw XI (szkoła podstawowa)

1. Iloczyn nie może być zbyt duży, więc powinny w nim występować jedynki.
2. Każdy iloczyn musi być podzielny przez 2, 3, 5 i 7.
3. Ułóż fragment tabliczki dodawania dodatnich liczb parzystych i dodatnich liczb podzielnych przez 3.
4. Rozważ najdłuższy odcinek i spójrz na pozostałe.

### Bukiet 11 (gimnazjum)

1. Masz liczby dające reszty 0, 1, 2, 3. Jeśli wśród pozostałych trzech liczb jest liczba dająca resztę 1, 2 lub 3, to jest O.K. Jeśli nie, to też jest O.K.
2. a) Gdyby wśród danych liczb była więcej niż jedna podzielna przez 4 i więcej niż jedna dająca resztę 2, to ...  
b) Analogicznie.
3. Przypuśćmy, że z pewnych siedmiu liczb całkowitych nie można wybrać czterech, których suma jest podzielna przez 4. Co wynika z zadań 1 i 2?

### Zestaw XI (szkoła średnia)

1. Ile czynników iloczynu  $1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2003$  jest podzielnych przez 23. Ile przez  $23^2$ ?
2. Sposób I: wzory Viete'a. Sposób II: zamień  $x, y, z$  na  $a + 1, b + 1, c + 1$  (łatwiej pokazać, że coś jest równe 0, niż 1).
3. Zauważ, że jeżeli suma dwóch liczb dodatnich wynosi 1, to ich iloczyn nie przekracza  $\frac{1}{4}$ . Wykorzystaj to.
4. Rozważ ciąg  $(x_n^2)$ .
5. Poprowadź przez punkt  $L$  prostą równoległą do  $BC$ . Zauważ, że punkt  $K$  jest środkiem odcinka  $LM$  dokładnie wtedy, gdy  $|AL| = |BM|$ .