

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Wskazówki do zadań

3 XII 2002

Bukiet 5 (szkoła podstawowa)

1. Na ile sposobów można wybrać cyfrę dziesiątek liczby dwucyfrowej? Gdy wybrana jest cyfra dziesiątek, to na ile sposobów można wybrać różną od niej cyfrę jedności? Drugi sposób: ile jest wszystkich liczb dwucyfrowych, a ile takich, których cyfry dziesiątek i jedności są równe?
2. Na ile sposobów można wybrać cyfrę setek liczby trzycyfrowej? Gdy wybrana jest cyfra setek, to na ile sposobów można wybrać różną od niej cyfrę dziesiątek? Gdy wybrane są cyfry setek i dziesiątek, to na ile sposobów można wybrać różną od nich cyfrę jedności?

Zestaw V (gimnazjum)

1. Skojarz $n^2 + 1$ z $n^2 + n + 1$, $n^2 + 2$ z $n^2 + n + 2$ i tak dalej.
2. Wykonaj dzielenie pisemne. Co ile miejsc powtarza się ten sam układ cyfr?
3. Jakie reszty przy dzieleniu przez 15 dają liczby, które przy dzieleniu przez 3 dają resztę 1? To samo pytanie dla liczb, które przy dzieleniu przez 5 dają resztę 3.
5. Zwróć uwagę na kąt o mierze 1° .

Bukiet 5 (szkoła średnia)

1. Indukcja.
2. Wyrażenia po lewej stronie przekształć tak, by pasowały do lewej strony nierówności Bernoulliego.
3. Indukcja. W dowodzie kroku indukcyjnego przydadzą się nierówności z zadania 2.
4. Zauważ najpierw, że $a_n < b_n$ dla każdego n .
5. Zbieżność wynika z twierdzenia o ciągu monotonicznym i ograniczonym (z odpowiedniej strony). Do dowodu równości granic wykorzystaj zależność między a_n i b_n .