

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw XV (13 V 2003)

Zadanie 1. Symbol S_k oznacza sumę k pierwszych wyrazów pewnego ciągu arytmetycznego. Pokaż, że

$$S_{5n} - S_n = 2 \cdot (S_{4n} - S_{2n}).$$

Zadanie 2. Udowodnij, że wszystkie punkty przecięcia parabol $y = ax^2 + bx + c$ i $x = dy^2 + ey + f$ ($a, d \neq 0$) leżą na jednym okręgu.

Zadanie 3. Wykaż, że dla każdego rzeczywistego x zachodzi nierówność

$$\cos 2x + 4 \cos x + 3 \geq 0.$$

Zadanie 4. Okrąg wpisany w trójkąt ABC jest styczny do boków BC , CA i AB odpowiednio w punktach A' , B' i C' . Uzasadnij, że jeżeli $|\angle A'| = |\angle A|$, $|\angle B'| = |\angle B|$ i $|\angle C'| = |\angle C|$, to trójkąty ABC i $A'B'C'$ są równoboczne.

Zadanie 5. Czy istnieje wielościan posiadający dokładnie siedem krawędzi?