

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw X (18 II 2003)

Zadanie 1. Udowodnij, że dla dowolnego naturalnego $n \geq 1$ zachodzi równość

$$\lceil \sqrt{n-1} + \sqrt{n+1} \rceil = \lceil \sqrt{4n-1} \rceil.$$

Zadanie 2. Wykaż, że jeżeli $a + c \geq e > 0$ i $b + d \geq f > 0$, to $ad + bc \geq ef$ lub $ab + cd \geq ef$.

Zadanie 3. Dane są takie liczby rzeczywiste a, b, c , że funkcja $f(x) = ax^2 + bx + c$ nie ma pierwiastków rzeczywistych. Wykaż, że liczba c jest tego samego znaku co $100a + 10b + c$.

Zadanie 4. Jakie wartości może przyjmować miara najmniejszego kąta n -kąta wypukłego, którego miary kątów tworzą ciąg arytmetyczny długości n .

Zadanie 5. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$, w którym $|AB| = |BC|$ i $|\angle ADB| = |\angle BDC|$. Wykaż, że czworokąt $ABCD$ jest deltoidem (czyli przekątna jest jego osią symetrii) lub można go wpisać w okrąg.