

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw IX (4 II 2003)

Zadanie 1. Co jest większe:

$$\sqrt[3]{2002} + \sqrt[3]{2004} \quad \text{czy} \quad 2 \cdot \sqrt[3]{2003}?$$

Zadanie 2. Znajdź ciąg, w którym suma n pierwszych wyrazów wynosi $n(n^2 - 1)$ dla każdego n .

Zadanie 3. Rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} 3^y \cdot 25^z = \frac{3}{4} \cdot 2^x \\ 5^z \cdot 4^x = \frac{16}{3} \cdot 3^y \\ 2^x \cdot 9^y = 36 \cdot 5^z \end{cases}$$

Zadanie 4. Niech $f(x)$ będzie funkcją kwadratową. Wykaż, że jeżeli równanie

$$f(x) = f(-x)$$

ma co najmniej dwa rozwiązania rzeczywiste, to każda liczba rzeczywista jest rozwiązaniem tego równania.

Zadanie 5. Dany jest wielokąt, w który można wpisać okrąg i na którym można opisać okrąg. Udowodnij, że jeżeli środki tych okręgów się pokrywają, to wielokąt jest foremny.