

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw V (26 XI 2002)

Zadanie 1. Rozłóż na czynniki wyrażenie

$$(x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3.$$

Zadanie 2. Znajdź liczbę dzielników naturalnych iloczynu $p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_k$, gdzie p_1, p_2, \dots, p_k to różne liczby pierwsze.

Zadanie 3. Znajdź wszystkie ciągi geometryczne (x_n) , spełniające warunki

$$x_1 + x_4 = 91 \quad \text{i} \quad x_3 + x_6 = 819.$$

Zadanie 4. Dana jest liczba $x > 0$. Oblicz

$$\arctg x + \arctg \frac{1}{x}.$$

Zadanie 5. Na płaszczyźnie dane są cztery dowolne punkty A, B, C, D . Niech punkty E i F będą odpowiednio środkami odcinków AC i BD . Wykaż, że

$$|EF| \geq \left| \frac{|AB| - |CD|}{2} \right|.$$