

INTERNETOWE KÓŁKO MATEMATYCZNE

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

Zadania dla szkoły średniej

Zestaw II (15 X 2002)

Zadanie 1. Udowodnij, że dla dowolnego naturalnego n liczba $\frac{n^3}{6} + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{3}$ jest całkowita.

Zadanie 2. Wiadomo, że $x^2 + y^2 = 1 - xy$. Uzasadnij równość $(x - 1)x(x + 1) = (y - 1)y(y + 1)$.

Zadanie 3. Dane są liczby naturalne $m < n$. Która z liczb jest większa: $\sqrt[m]{m}$ czy $\sqrt[m]{n}$?

Zadanie 4. Uzasadnij, że dwa prostokąty o równych polach i równych obwodach mają boki odpowiednio równe.

Zadanie 5. Symbolem $|X|$ oznaczamy liczbę elementów zbioru X . Wiadomo, że $|A| = a$, $|B| = b$, $|C| = c$, $|A \cap B| = k$, $|A \cap C| = l$, $|B \cap C| = m$ i $|A \cap B \cap C| = r$. Ile wynosi $|A \cup B \cup C|$?