

Zadania dla szkoły średniej Zestaw XIV (22 IV 2003)

Zadanie 1. Dane są dwie liczby naturalne nie będące kwadratami liczb naturalnych. Udowodnij, że suma ich pierwiastków jest liczbą niewymierną.

Zadanie 2. Danych jest $2n$ liczb dodatnich mniejszych od M . Udowodnij, że suma pewnych n z danych liczb jest większa od sumy n pozostałych o mniej niż M .

Zadanie 3. Ile jest liczb trzycyfrowych niepodzielnych przez 7 ani przez 13?

Zadanie 4. W trójkącie prostokątnym ABC dwusieczna kąta przy wierzchołku A przecina przeciwprostokątną BC w punkcie D . Wykaż, że

$$\frac{1}{BD^2} + \frac{1}{CD^2} = \frac{2}{AD^2}.$$

Zadanie 5. Na płaszczyźnie dane są cztery punkty nie leżące na jednym okręgu, przy czym żadne trzy z nich nie leżą na jednej prostej. Każdy z tych punktów oznaczamy znakiem „+”, jeśli leży na zewnątrz okręgu przechodzącego przez pozostałe trzy punkty, a znakiem „-”, jeśli leży wewnątrz tego okręgu. Ile z danych punktów może być oznaczonych znakiem „+”?

Zadania dla szkoły średniej Zestaw XIV (22 IV 2003)

Zadanie 1. Dane są dwie liczby naturalne nie będące kwadratami liczb naturalnych. Udowodnij, że suma ich pierwiastków jest liczbą niewymierną.

Zadanie 2. Danych jest $2n$ liczb dodatnich mniejszych od M . Udowodnij, że suma pewnych n z danych liczb jest większa od sumy n pozostałych o mniej niż M .

Zadanie 3. Ile jest liczb trzycyfrowych niepodzielnych przez 7 ani przez 13?

Zadanie 4. W trójkącie prostokątnym ABC dwusieczna kąta przy wierzchołku A przecina przeciwprostokątną BC w punkcie D . Wykaż, że

$$\frac{1}{BD^2} + \frac{1}{CD^2} = \frac{2}{AD^2}.$$

Zadanie 5. Na płaszczyźnie dane są cztery punkty nie leżące na jednym okręgu, przy czym żadne trzy z nich nie leżą na jednej prostej. Każdy z tych punktów oznaczamy znakiem „+”, jeśli leży na zewnątrz okręgu przechodzącego przez pozostałe trzy punkty, a znakiem „-”, jeśli leży wewnątrz tego okręgu. Ile z danych punktów może być oznaczonych znakiem „+”?

Zadania dla szkoły średniej Zestaw XIV (22 IV 2003)

Zadanie 1. Dane są dwie liczby naturalne nie będące kwadratami liczb naturalnych. Udowodnij, że suma ich pierwiastków jest liczbą niewymierną.

Zadanie 2. Danych jest $2n$ liczb dodatnich mniejszych od M . Udowodnij, że suma pewnych n z danych liczb jest większa od sumy n pozostałych o mniej niż M .

Zadanie 3. Ile jest liczb trzycyfrowych niepodzielnych przez 7 ani przez 13?

Zadanie 4. W trójkącie prostokątnym ABC dwusieczna kąta przy wierzchołku A przecina przeciwprostokątną BC w punkcie D . Wykaż, że

$$\frac{1}{BD^2} + \frac{1}{CD^2} = \frac{2}{AD^2}.$$

Zadanie 5. Na płaszczyźnie dane są cztery punkty nie leżące na jednym okręgu, przy czym żadne trzy z nich nie leżą na jednej prostej. Każdy z tych punktów oznaczamy znakiem „+”, jeśli leży na zewnątrz okręgu przechodzącego przez pozostałe trzy punkty, a znakiem „-”, jeśli leży wewnątrz tego okręgu. Ile z danych punktów może być oznaczonych znakiem „+”?

Zadania dla szkoły średniej Zestaw XIV (22 IV 2003)

Zadanie 1. Dane są dwie liczby naturalne nie będące kwadratami liczb naturalnych. Udowodnij, że suma ich pierwiastków jest liczbą niewymierną.

Zadanie 2. Danych jest $2n$ liczb dodatnich mniejszych od M . Udowodnij, że suma pewnych n z danych liczb jest większa od sumy n pozostałych o mniej niż M .

Zadanie 3. Ile jest liczb trzycyfrowych niepodzielnych przez 7 ani przez 13?

Zadanie 4. W trójkącie prostokątnym ABC dwusieczna kąta przy wierzchołku A przecina przeciwprostokątną BC w punkcie D . Wykaż, że

$$\frac{1}{BD^2} + \frac{1}{CD^2} = \frac{2}{AD^2}.$$

Zadanie 5. Na płaszczyźnie dane są cztery punkty nie leżące na jednym okręgu, przy czym żadne trzy z nich nie leżą na jednej prostej. Każdy z tych punktów oznaczamy znakiem „+”, jeśli leży na zewnątrz okręgu przechodzącego przez pozostałe trzy punkty, a znakiem „-”, jeśli leży wewnątrz tego okręgu. Ile z danych punktów może być oznaczonych znakiem „+”?