Internetowe Kółko Matematyczne

Zadania dla szkoły średniej *Zestaw XI* (11 III 2003)

Zadanie 1. Z jakim wykładnikiem występuje liczba 23 w rozkładzie liczby 2003! na czynniki pierwsze?

Zadanie 2. Wykaż, że jeżeli liczby rzeczywiste x, y, z spełniają warunki

$$x + y + z = xy + yz + zx \text{ i } xyz = 1,$$

to co najmniej jedna z nich jest równa 1.

Zadanie 3. Udowodnij, że jeżeli suma liczb nieujemnych a, b, c, d wynosi 1, to

$$ab + bc + cd \leqslant \frac{1}{4}.$$

Zadanie 4. Ciąg (x_n) jest określony następująco:

$$x_1 = 0, \quad x_{n+1} = \sqrt{x_n^2 + n} \text{ dla } n = 1, 2, 3, \ldots$$

Znajdź wzór ogólny na x_n.

Zadanie 5. Przez punkt K leżący na podstawie AB trójkąta równoramiennego ABC ($|AC| = |BC|$) poprowadzono prostą przecinającą ramię AC w punkcie L, a przedłużenie ramienia BC w punkcie M. Niech D będzie punktem, w którym dwusieczna kąta przy wierzchołku A przecina okrąg opisany na trójkącie ABC. Udowodnij, że punkt K jest środkiem odcinka LM wtedy i tylko wtedy, gdy prosta DK jest prostopadła do prostej LM.

Internetowe Kółko Matematyczne

Zadania dla szkoły średniej *Zestaw XI* (11 III 2003)

Zadanie 1. Z jakim wykładnikiem występuje liczba 23 w rozkładzie liczby 2003! na czynniki pierwsze?

Zadanie 2. Wykaż, że jeżeli liczby rzeczywiste x, y, z spełniają warunki

$$x + y + z = xy + yz + zx \text{ i } xyz = 1,$$

to co najmniej jedna z nich jest równa 1.

Zadanie 3. Udowodnij, że jeżeli suma liczb nieujemnych a, b, c, d wynosi 1, to

$$ab + bc + cd \leqslant \frac{1}{4}.$$

Zadanie 4. Ciąg (x_n) jest określony następująco:

$$x_1 = 0, \quad x_{n+1} = \sqrt{x_n^2 + n} \text{ dla } n = 1, 2, 3, \ldots$$

Znajdź wzór ogólny na x_n.

Zadanie 5. Przez punkt K leżący na podstawie AB trójkąta równoramiennego ABC ($|AC| = |BC|$) poprowadzono prostą przecinającą ramię AC w punkcie L, a przedłużenie ramienia BC w punkcie M. Niech D będzie punktem, w którym dwusieczna kąta przy wierzchołku A przecina okrąg opisany na trójkącie ABC. Udowodnij, że punkt K jest środkiem odcinka LM wtedy i tylko wtedy, gdy prosta DK jest prostopadła do prostej LM.

Internetowe Kółko Matematyczne

Zadania dla szkoły średniej *Zestaw XI* (11 III 2003)

Zadanie 1. Z jakim wykładnikiem występuje liczba 23 w rozkładzie liczby 2003! na czynniki pierwsze?

Zadanie 2. Wykaż, że jeżeli liczby rzeczywiste x, y, z spełniają warunki

$$x + y + z = xy + yz + zx \text{ i } xyz = 1,$$

to co najmniej jedna z nich jest równa 1.

Zadanie 3. Udowodnij, że jeżeli suma liczb nieujemnych a, b, c, d wynosi 1, to

$$ab + bc + cd \leqslant \frac{1}{4}.$$

Zadanie 4. Ciąg (x_n) jest określony następująco:

$$x_1 = 0, \quad x_{n+1} = \sqrt{x_n^2 + n} \text{ dla } n = 1, 2, 3, \ldots$$

Znajdź wzór ogólny na x_n.

Zadanie 5. Przez punkt K leżący na podstawie AB trójkąta równoramiennego ABC ($|AC| = |BC|$) poprowadzono prostą przecinającą ramię AC w punkcie L, a przedłużenie ramienia BC w punkcie M. Niech D będzie punktem, w którym dwusieczna kąta przy wierzchołku A przecina okrąg opisany na trójkącie ABC. Udowodnij, że punkt K jest środkiem odcinka LM wtedy i tylko wtedy, gdy prosta DK jest prostopadła do prostej LM.

Internetowe Kółko Matematyczne

Zadania dla szkoły średniej *Zestaw XI* (11 III 2003)

Zadanie 1. Z jakim wykładnikiem występuje liczba 23 w rozkładzie liczby 2003! na czynniki pierwsze?

Zadanie 2. Wykaż, że jeżeli liczby rzeczywiste x, y, z spełniają warunki

$$x + y + z = xy + yz + zx \text{ i } xyz = 1,$$

to co najmniej jedna z nich jest równa 1.

Zadanie 3. Udowodnij, że jeżeli suma liczb nieujemnych a, b, c, d wynosi 1, to

$$ab + bc + cd \leqslant \frac{1}{4}.$$

Zadanie 4. Ciąg (x_n) jest określony następująco:

$$x_1 = 0, \quad x_{n+1} = \sqrt{x_n^2 + n} \text{ dla } n = 1, 2, 3, \ldots$$

Znajdź wzór ogólny na x_n.

Zadanie 5. Przez punkt K leżący na podstawie AB trójkąta równoramiennego ABC ($|AC| = |BC|$) poprowadzono prostą przecinającą ramię AC w punkcie L, a przedłużenie ramienia BC w punkcie M. Niech D będzie punktem, w którym dwusieczna kąta przy wierzchołku A przecina okrąg opisany na trójkącie ABC. Udowodnij, że punkt K jest środkiem odcinka LM wtedy i tylko wtedy, gdy prosta DK jest prostopadła do prostej LM.