

Zadania dla szkoły średniej Zestaw X (18 II 2003)

**Zadanie 1.** Udowodnij, że dla dowolnego naturalnego  $n \geq 1$  zachodzi równość

$$[\sqrt{n-1} + \sqrt{n+1}] = [\sqrt{4n-1}].$$

**Zadanie 2.** Wykaż, że jeżeli  $a+c \geq e > 0$  i  $b+d \geq f > 0$ , to  $ad+bc \geq ef$  lub  $ab+cd \geq ef$ .**Zadanie 3.** Dane są takie liczby rzeczywiste  $a, b, c$ , że funkcja  $f(x) = ax^2 + bx + c$  nie ma pierwiastków rzeczywistych. Wykaż, że liczba  $c$  jest tego samego znaku co  $100a + 10b + c$ .**Zadanie 4.** Jakie wartości może przyjmować miara najmniejszego kąta  $n$ -kąta wypukłego, którego miary kątów tworzą ciąg arytmetyczny długości  $n$ .**Zadanie 5.** Dany jest czworokąt wypukły  $ABCD$ , w którym  $|AB| = |BC|$  i  $|\angle ADB| = |\angle BDC|$ . Wykaż, że czworokąt  $ABCD$  jest deltoidem (czyli przekątna jest jego osią symetrii) lub można go wpisać w okrąg.

Zadania dla szkoły średniej Zestaw X (18 II 2003)

**Zadanie 1.** Udowodnij, że dla dowolnego naturalnego  $n \geq 1$  zachodzi równość

$$[\sqrt{n-1} + \sqrt{n+1}] = [\sqrt{4n-1}].$$

**Zadanie 2.** Wykaż, że jeżeli  $a+c \geq e > 0$  i  $b+d \geq f > 0$ , to  $ad+bc \geq ef$  lub  $ab+cd \geq ef$ .**Zadanie 3.** Dane są takie liczby rzeczywiste  $a, b, c$ , że funkcja  $f(x) = ax^2 + bx + c$  nie ma pierwiastków rzeczywistych. Wykaż, że liczba  $c$  jest tego samego znaku co  $100a + 10b + c$ .**Zadanie 4.** Jakie wartości może przyjmować miara najmniejszego kąta  $n$ -kąta wypukłego, którego miary kątów tworzą ciąg arytmetyczny długości  $n$ .**Zadanie 5.** Dany jest czworokąt wypukły  $ABCD$ , w którym  $|AB| = |BC|$  i  $|\angle ADB| = |\angle BDC|$ . Wykaż, że czworokąt  $ABCD$  jest deltoidem (czyli przekątna jest jego osią symetrii) lub można go wpisać w okrąg.

Zadania dla szkoły średniej Zestaw X (18 II 2003)

**Zadanie 1.** Udowodnij, że dla dowolnego naturalnego  $n \geq 1$  zachodzi równość

$$[\sqrt{n-1} + \sqrt{n+1}] = [\sqrt{4n-1}].$$

**Zadanie 2.** Wykaż, że jeżeli  $a+c \geq e > 0$  i  $b+d \geq f > 0$ , to  $ad+bc \geq ef$  lub  $ab+cd \geq ef$ .**Zadanie 3.** Dane są takie liczby rzeczywiste  $a, b, c$ , że funkcja  $f(x) = ax^2 + bx + c$  nie ma pierwiastków rzeczywistych. Wykaż, że liczba  $c$  jest tego samego znaku co  $100a + 10b + c$ .**Zadanie 4.** Jakie wartości może przyjmować miara najmniejszego kąta  $n$ -kąta wypukłego, którego miary kątów tworzą ciąg arytmetyczny długości  $n$ .**Zadanie 5.** Dany jest czworokąt wypukły  $ABCD$ , w którym  $|AB| = |BC|$  i  $|\angle ADB| = |\angle BDC|$ . Wykaż, że czworokąt  $ABCD$  jest deltoidem (czyli przekątna jest jego osią symetrii) lub można go wpisać w okrąg.

Zadania dla szkoły średniej Zestaw X (18 II 2003)

**Zadanie 1.** Udowodnij, że dla dowolnego naturalnego  $n \geq 1$  zachodzi równość

$$[\sqrt{n-1} + \sqrt{n+1}] = [\sqrt{4n-1}].$$

**Zadanie 2.** Wykaż, że jeżeli  $a+c \geq e > 0$  i  $b+d \geq f > 0$ , to  $ad+bc \geq ef$  lub  $ab+cd \geq ef$ .**Zadanie 3.** Dane są takie liczby rzeczywiste  $a, b, c$ , że funkcja  $f(x) = ax^2 + bx + c$  nie ma pierwiastków rzeczywistych. Wykaż, że liczba  $c$  jest tego samego znaku co  $100a + 10b + c$ .**Zadanie 4.** Jakie wartości może przyjmować miara najmniejszego kąta  $n$ -kąta wypukłego, którego miary kątów tworzą ciąg arytmetyczny długości  $n$ .**Zadanie 5.** Dany jest czworokąt wypukły  $ABCD$ , w którym  $|AB| = |BC|$  i  $|\angle ADB| = |\angle BDC|$ . Wykaż, że czworokąt  $ABCD$  jest deltoidem (czyli przekątna jest jego osią symetrii) lub można go wpisać w okrąg.