Internetowe Kółko Matematyczne

Zadania dla szkoły średniej *Zestaw VIII* (21 I 2003)

Zadanie 1. Wyznacz wszystkie pary (a, b) liczb naturalnych spełniających równanie $\frac{ab}{a+b} = p$, gdzie p jest daną liczbą pierwszą.

Zadanie 2. Oblicz $\underbrace{33\ldots33}_{k}{,}\underbrace{99\ldots99}_{l}{}^2$.

Zadanie 3. Wiadomo, że

$$\sin x + \sin y = s \quad \text{oraz} \quad \cos x + \cos y = c.$$

Oblicz: $\sin(x + y)$, $\cos(x + y)$, $\mathrm{tg}(x + y)$, $\mathrm{ctg}(x + y)$.

Zadanie 4. Na płaszczyźnie dane są odcinki A_1B_1 i A_2B_2, równej długości. Na odcinku A_1B_1 obrano punkt C_1, a na odcinku A_2B_2 punkt C_2 w ten sposób, że $|A_1C_1| = |A_2C_2|$. Wykaż, że środek odcinka C_1C_2 leży na odcinku łączącym środek odcinka A_1A_2 ze środkiem odcinka B_1B_2.

Zadanie 5. Odległością dwóch prostych w przestrzeni nazywamy długość najkrótszego z odcinków łączących punkty leżące na jednej prostej z punktami leżącymi na drugiej prostej. Udowodnij, że odległość prostych k i l wynosi r dokładnie wtedy, gdy prosta k jest styczna do nieskończonego walca (nie posiadającego podstaw) o osi symetrii l i promieniu r.

Internetowe Kółko Matematyczne

Zadania dla szkoły średniej *Zestaw VIII* (21 I 2003)

Zadanie 1. Wyznacz wszystkie pary (a, b) liczb naturalnych spełniających równanie $\frac{ab}{a+b} = p$, gdzie p jest daną liczbą pierwszą.

Zadanie 2. Oblicz $\underbrace{33\ldots33}_{k}{,}\underbrace{99\ldots99}_{l}{}^2$.

Zadanie 3. Wiadomo, że

$$\sin x + \sin y = s \quad \text{oraz} \quad \cos x + \cos y = c.$$

Oblicz: $\sin(x + y)$, $\cos(x + y)$, $\mathrm{tg}(x + y)$, $\mathrm{ctg}(x + y)$.

Zadanie 4. Na płaszczyźnie dane są odcinki A_1B_1 i A_2B_2, równej długości. Na odcinku A_1B_1 obrano punkt C_1, a na odcinku A_2B_2 punkt C_2 w ten sposób, że $|A_1C_1| = |A_2C_2|$. Wykaż, że środek odcinka C_1C_2 leży na odcinku łączącym środek odcinka A_1A_2 ze środkiem odcinka B_1B_2.

Zadanie 5. Odległością dwóch prostych w przestrzeni nazywamy długość najkrótszego z odcinków łączących punkty leżące na jednej prostej z punktami leżącymi na drugiej prostej. Udowodnij, że odległość prostych k i l wynosi r dokładnie wtedy, gdy prosta k jest styczna do nieskończonego walca (nie posiadającego podstaw) o osi symetrii l i promieniu r.

Internetowe Kółko Matematyczne

Zadania dla szkoły średniej *Zestaw VIII* (21 I 2003)

Zadanie 1. Wyznacz wszystkie pary (a, b) liczb naturalnych spełniających równanie $\frac{ab}{a+b} = p$, gdzie p jest daną liczbą pierwszą.

Zadanie 2. Oblicz $\underbrace{33\ldots33}_{k}{,}\underbrace{99\ldots99}_{l}{}^2$.

Zadanie 3. Wiadomo, że

$$\sin x + \sin y = s \quad \text{oraz} \quad \cos x + \cos y = c.$$

Oblicz: $\sin(x + y)$, $\cos(x + y)$, $\mathrm{tg}(x + y)$, $\mathrm{ctg}(x + y)$.

Zadanie 4. Na płaszczyźnie dane są odcinki A_1B_1 i A_2B_2, równej długości. Na odcinku A_1B_1 obrano punkt C_1, a na odcinku A_2B_2 punkt C_2 w ten sposób, że $|A_1C_1| = |A_2C_2|$. Wykaż, że środek odcinka C_1C_2 leży na odcinku łączącym środek odcinka A_1A_2 ze środkiem odcinka B_1B_2.

Zadanie 5. Odległością dwóch prostych w przestrzeni nazywamy długość najkrótszego z odcinków łączących punkty leżące na jednej prostej z punktami leżącymi na drugiej prostej. Udowodnij, że odległość prostych k i l wynosi r dokładnie wtedy, gdy prosta k jest styczna do nieskończonego walca (nie posiadającego podstaw) o osi symetrii l i promieniu r.

Internetowe Kółko Matematyczne

Zadania dla szkoły średniej *Zestaw VIII* (21 I 2003)

Zadanie 1. Wyznacz wszystkie pary (a, b) liczb naturalnych spełniających równanie $\frac{ab}{a+b} = p$, gdzie p jest daną liczbą pierwszą.

Zadanie 2. Oblicz $\underbrace{33\ldots33}_{k}{,}\underbrace{99\ldots99}_{l}{}^2$.

Zadanie 3. Wiadomo, że

$$\sin x + \sin y = s \quad \text{oraz} \quad \cos x + \cos y = c.$$

Oblicz: $\sin(x + y)$, $\cos(x + y)$, $\mathrm{tg}(x + y)$, $\mathrm{ctg}(x + y)$.

Zadanie 4. Na płaszczyźnie dane są odcinki A_1B_1 i A_2B_2, równej długości. Na odcinku A_1B_1 obrano punkt C_1, a na odcinku A_2B_2 punkt C_2 w ten sposób, że $|A_1C_1| = |A_2C_2|$. Wykaż, że środek odcinka C_1C_2 leży na odcinku łączącym środek odcinka A_1A_2 ze środkiem odcinka B_1B_2.

Zadanie 5. Odległością dwóch prostych w przestrzeni nazywamy długość najkrótszego z odcinków łączących punkty leżące na jednej prostej z punktami leżącymi na drugiej prostej. Udowodnij, że odległość prostych k i l wynosi r dokładnie wtedy, gdy prosta k jest styczna do nieskończonego walca (nie posiadającego podstaw) o osi symetrii l i promieniu r.