

BUKIETY MATEMATYCZNE DLA SZKOŁY ŚREDNIEJ

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

18 III 2003

Bukiet 11

1. Dane są liczby rzeczywiste p i q . Rozważmy wielomian

$$f(x) = x^3 + px + q.$$

a) Pokaż, że jeżeli $M > \max(\sqrt{2|p|}, \sqrt[3]{2|q|})$, to

$$f(M) > 0 \text{ i } f(-M) < 0.$$

b) Wyznacz przedziały monotoniczności funkcji f .

c) Zbadaj liczbę i krotności pierwiastków rzeczywistych wielomianu f .

2. Dane są liczby rzeczywiste a, b, c, d , przy czym $a \neq 0$.

a) Znajdź takie liczby p, q, x_0 , by dla każdego rzeczywistego x zachodziła równość

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = a((x + x_0)^3 + p(x + x_0) + q).$$

b) Zbadaj liczbę i krotności pierwiastków rzeczywistych wielomianu $ax^3 + bx^2 + cx + d$.