

BUKIETY MATEMATYCZNE DLA SZKOŁY ŚREDNIEJ

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

19 XI 2002

Bukiet 4

Niech O będzie punktem przecięcia symetralnych trójkąta ABC , H punktem przecięcia wysokości, zaś S środkiem odcinka OH . Niech punkty D, E, F będą (odpowiednio) środkami boków BC, CA, AB , punkty K, L, M spodkami wysokości poprowadzonych z wierzchołków A, B, C , zaś punkty P, Q, R środkami odcinków AH, BH, CH .

1. Wykaż, że odcinki FD i PR są równoległe do boku AC , odcinki FE i QR są równoległe do boku BC , odcinki FQ i ER są równoległe do wysokości AK , a odcinki FP i DR są równoległe do wysokości BL .
2. Zauważ, że czworokąty $DRPF$ i $ERQF$ są prostokątami.
3. Uzasadnij, że odcinki OF i RH są równe i równoległe.
4. Pokaż, że punkt S jest środkiem odcinka FR .
5. Udowodnij, że punkty $D, E, F, K, L, M, P, Q, R$ leżą na jednym okręgu o środku S .
6. Czy coś się zmieni w powyższych rozważaniach, jeśli niektóre z występujących punktów będą się pokrywać?