

BUKIETY MATEMATYCZNE DLA SZKOŁY ŚREDNIEJ

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

5 XI 2002

Bukiet 3

1. Udowodnij nierówność $10^{n-3} \geq n$ dla $n \geq 4$.
2. Wykaż, że jeśli $n \geq 4$, to najmniejsza liczba n -cyfrowa jest większa od największej możliwej sumy kwadratów cyfr liczby n -cyfrowej.
3. Wykaż, że każda liczba trzycyfrowa jest większa od sumy kwadratów swoich cyfr.
4. Rozważmy dowolną liczbę naturalną (większą od 0). Utwórzmy ciąg, którego pierwszym wyrazem jest ta liczba, a każdy następny wyraz jest równy sumie kwadratów cyfr wyrazu poprzedniego (w zapisie dziesiętnym). Uzasadnij, że w otrzymanym ciągu:
 - a) wystąpi liczba jedno- lub dwucyfrowa;
 - b) od pewnego miejsca wszystkie wyrazy będą równe 1 lub wystąpi okres zawierający liczbę 4.