

BUKIETY MATEMATYCZNE DLA SZKOŁY ŚREDNIEJ

<http://www.mat.uni.torun.pl/~kolka/>

22 X 2002

*Bukiet 2*

Dane są liczby naturalne  $m, n \geq 3$ . Rozważmy wielościan (niekoniecznie foremny), którego wszystkie ściany są  $n$ -kątami i w którym przy każdym wierzchołku jest  $m$  ścian. Oznaczmy przez  $w$  liczbę wierzchołków, przez  $k$  liczbę krawędzi, a przez  $s$  liczbę ścian naszego wielościanu.

**Zadanie 1.** Uzasadnij, że  $mw = 2k = ns$ .

**Zadanie 2.** Wiadomo, że dla dowolnego wielościanu prawdziwy jest wzór  $w - k + s = 2$ . Korzystając z tego wzoru wykaż, że

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{k}.$$

**Zadanie 3.** Udowodnij nierówność  $(m - 2)(n - 2) < 4$ .

**Zadanie 4.** Wyznacz wszystkie pary  $(m, n)$ , dla których istnieje wielościan spełniający warunki zadania.

**Zadanie 5.** Wyznacz wszystkie pary  $(m, n)$  spełniające warunki

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2}$$

i zbadaj sens geometryczny tego przypadku.