

11 II 2003

*Bukiet 9*

Liczbę całkowitą nazywamy **kwadratem**, jeśli jest kwadratem liczby całkowitej. Liczbę całkowitą nazywamy **liczbą bezkwadratową**, jeśli nie jest podzielna przez żaden kwadrat większy od 1.

1. Udowodnij, że każdą liczbę całkowitą można przedstawić w postaci iloczynu kwadratu i liczby bezkwadratowej.
2. Wykaż, że jeżeli pierwiastek liczby całkowitej jest liczbą wymierną, to (ten pierwiastek) jest liczbą całkowitą.
3. Dana jest liczba całkowita  $n \geq 0$ ,  $n = m^2 \cdot r$ , gdzie  $m$  jest liczbą całkowitą, a  $r$  jest liczbą bezkwadratową. Pokaż, że jeżeli liczby całkowite  $x$  i  $y$  spełniają równanie  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{n}$ , to liczby  $\sqrt{xr}$  i  $\sqrt{yr}$  są całkowite.
4. Uzasadnij, że jeśli kwadrat jest podzielny przez liczbę bezkwadratową, to jest podzielny również przez jej kwadrat.
5. Opisz wszystkie rozwiązania równania  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{n}$  w liczbach całkowitych  $x, y$ , gdzie  $n$  jest daną liczbą całkowitą.

11 II 2003

*Bukiet 9*

Liczbę całkowitą nazywamy **kwadratem**, jeśli jest kwadratem liczby całkowitej. Liczbę całkowitą nazywamy **liczbą bezkwadratową**, jeśli nie jest podzielna przez żaden kwadrat większy od 1.

1. Udowodnij, że każdą liczbę całkowitą można przedstawić w postaci iloczynu kwadratu i liczby bezkwadratowej.
2. Wykaż, że jeżeli pierwiastek liczby całkowitej jest liczbą wymierną, to (ten pierwiastek) jest liczbą całkowitą.
3. Dana jest liczba całkowita  $n \geq 0$ ,  $n = m^2 \cdot r$ , gdzie  $m$  jest liczbą całkowitą, a  $r$  jest liczbą bezkwadratową. Pokaż, że jeżeli liczby całkowite  $x$  i  $y$  spełniają równanie  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{n}$ , to liczby  $\sqrt{xr}$  i  $\sqrt{yr}$  są całkowite.
4. Uzasadnij, że jeśli kwadrat jest podzielny przez liczbę bezkwadratową, to jest podzielny również przez jej kwadrat.
5. Opisz wszystkie rozwiązania równania  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{n}$  w liczbach całkowitych  $x, y$ , gdzie  $n$  jest daną liczbą całkowitą.

11 II 2003

*Bukiet 9*

Liczbę całkowitą nazywamy **kwadratem**, jeśli jest kwadratem liczby całkowitej. Liczbę całkowitą nazywamy **liczbą bezkwadratową**, jeśli nie jest podzielna przez żaden kwadrat większy od 1.

1. Udowodnij, że każdą liczbę całkowitą można przedstawić w postaci iloczynu kwadratu i liczby bezkwadratowej.
2. Wykaż, że jeżeli pierwiastek liczby całkowitej jest liczbą wymierną, to (ten pierwiastek) jest liczbą całkowitą.
3. Dana jest liczba całkowita  $n \geq 0$ ,  $n = m^2 \cdot r$ , gdzie  $m$  jest liczbą całkowitą, a  $r$  jest liczbą bezkwadratową. Pokaż, że jeżeli liczby całkowite  $x$  i  $y$  spełniają równanie  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{n}$ , to liczby  $\sqrt{xr}$  i  $\sqrt{yr}$  są całkowite.
4. Uzasadnij, że jeśli kwadrat jest podzielny przez liczbę bezkwadratową, to jest podzielny również przez jej kwadrat.
5. Opisz wszystkie rozwiązania równania  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{n}$  w liczbach całkowitych  $x, y$ , gdzie  $n$  jest daną liczbą całkowitą.

11 II 2003

*Bukiet 9*

Liczbę całkowitą nazywamy **kwadratem**, jeśli jest kwadratem liczby całkowitej. Liczbę całkowitą nazywamy **liczbą bezkwadratową**, jeśli nie jest podzielna przez żaden kwadrat większy od 1.

1. Udowodnij, że każdą liczbę całkowitą można przedstawić w postaci iloczynu kwadratu i liczby bezkwadratowej.
2. Wykaż, że jeżeli pierwiastek liczby całkowitej jest liczbą wymierną, to (ten pierwiastek) jest liczbą całkowitą.
3. Dana jest liczba całkowita  $n \geq 0$ ,  $n = m^2 \cdot r$ , gdzie  $m$  jest liczbą całkowitą, a  $r$  jest liczbą bezkwadratową. Pokaż, że jeżeli liczby całkowite  $x$  i  $y$  spełniają równanie  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{n}$ , to liczby  $\sqrt{xr}$  i  $\sqrt{yr}$  są całkowite.
4. Uzasadnij, że jeśli kwadrat jest podzielny przez liczbę bezkwadratową, to jest podzielny również przez jej kwadrat.
5. Opisz wszystkie rozwiązania równania  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{n}$  w liczbach całkowitych  $x, y$ , gdzie  $n$  jest daną liczbą całkowitą.