

14 I 2003

Bukiet 7

Dane są liczby rzeczywiste  $a$  i  $b$ . Szukamy ciągów  $(x_n)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , spełniających równanie

$$(*) \quad x_{n+2} + ax_{n+1} + bx_n = 0 \quad \text{dla} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

1. Uzasadnij, że istnieje dokładnie jeden ciąg  $(x_n)$ , spełniający równanie  $(*)$ , o danych wyrazach  $x_0$  i  $x_1$ .

2. Dla jakich  $q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  ciąg  $x_n = q^n$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , spełnia równanie  $(*)$ ?

3. Czy istnieje takie  $q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ , że ciąg postaci  $x_n = nq^n$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , spełnia równanie  $(*)$ ?

4. Zauważ, że jeśli ciągi  $(x'_n)$  i  $(x''_n)$  spełniają równanie  $(*)$ , to dla dowolnych  $u, v \in \mathbb{R}$  ciąg  $(ux'_n + vx''_n)$  też spełnia równanie  $(*)$ .

5. Znajdź ciągi spełniające warunki:

a)  $x_0 = 1, x_1 = 1, x_{n+2} = x_{n+1} + x_n$  dla  $n = 0, 1, 2, \dots$

b)  $x_0 = 1, x_1 = 1, x_{n+2} = 2x_{n+1} + x_n$  dla  $n = 0, 1, 2, \dots$

6. Dane są liczby rzeczywiste  $a, b$  i  $c$ . Przedyskutuj sposób szukania ciągów  $(x_n)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , spełniających równanie

$$x_{n+2} + ax_{n+1} + bx_n + c = 0 \quad \text{dla} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

14 I 2003

Bukiet 7

Dane są liczby rzeczywiste  $a$  i  $b$ . Szukamy ciągów  $(x_n)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , spełniających równanie

$$(*) \quad x_{n+2} + ax_{n+1} + bx_n = 0 \quad \text{dla} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

1. Uzasadnij, że istnieje dokładnie jeden ciąg  $(x_n)$ , spełniający równanie  $(*)$ , o danych wyrazach  $x_0$  i  $x_1$ .

2. Dla jakich  $q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  ciąg  $x_n = q^n$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , spełnia równanie  $(*)$ ?

3. Czy istnieje takie  $q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ , że ciąg postaci  $x_n = nq^n$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , spełnia równanie  $(*)$ ?

4. Zauważ, że jeśli ciągi  $(x'_n)$  i  $(x''_n)$  spełniają równanie  $(*)$ , to dla dowolnych  $u, v \in \mathbb{R}$  ciąg  $(ux'_n + vx''_n)$  też spełnia równanie  $(*)$ .

5. Znajdź ciągi spełniające warunki:

a)  $x_0 = 1, x_1 = 1, x_{n+2} = x_{n+1} + x_n$  dla  $n = 0, 1, 2, \dots$

b)  $x_0 = 1, x_1 = 1, x_{n+2} = 2x_{n+1} + x_n$  dla  $n = 0, 1, 2, \dots$

6. Dane są liczby rzeczywiste  $a, b$  i  $c$ . Przedyskutuj sposób szukania ciągów  $(x_n)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , spełniających równanie

$$x_{n+2} + ax_{n+1} + bx_n + c = 0 \quad \text{dla} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

14 I 2003

Bukiet 7

Dane są liczby rzeczywiste  $a$  i  $b$ . Szukamy ciągów  $(x_n)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , spełniających równanie

$$(*) \quad x_{n+2} + ax_{n+1} + bx_n = 0 \quad \text{dla} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

1. Uzasadnij, że istnieje dokładnie jeden ciąg  $(x_n)$ , spełniający równanie  $(*)$ , o danych wyrazach  $x_0$  i  $x_1$ .

2. Dla jakich  $q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  ciąg  $x_n = q^n$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , spełnia równanie  $(*)$ ?

3. Czy istnieje takie  $q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ , że ciąg postaci  $x_n = nq^n$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , spełnia równanie  $(*)$ ?

4. Zauważ, że jeśli ciągi  $(x'_n)$  i  $(x''_n)$  spełniają równanie  $(*)$ , to dla dowolnych  $u, v \in \mathbb{R}$  ciąg  $(ux'_n + vx''_n)$  też spełnia równanie  $(*)$ .

5. Znajdź ciągi spełniające warunki:

a)  $x_0 = 1, x_1 = 1, x_{n+2} = x_{n+1} + x_n$  dla  $n = 0, 1, 2, \dots$

b)  $x_0 = 1, x_1 = 1, x_{n+2} = 2x_{n+1} + x_n$  dla  $n = 0, 1, 2, \dots$

6. Dane są liczby rzeczywiste  $a, b$  i  $c$ . Przedyskutuj sposób szukania ciągów  $(x_n)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , spełniających równanie

$$x_{n+2} + ax_{n+1} + bx_n + c = 0 \quad \text{dla} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

14 I 2003

Bukiet 7

Dane są liczby rzeczywiste  $a$  i  $b$ . Szukamy ciągów  $(x_n)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , spełniających równanie

$$(*) \quad x_{n+2} + ax_{n+1} + bx_n = 0 \quad \text{dla} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

1. Uzasadnij, że istnieje dokładnie jeden ciąg  $(x_n)$ , spełniający równanie  $(*)$ , o danych wyrazach  $x_0$  i  $x_1$ .

2. Dla jakich  $q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$  ciąg  $x_n = q^n$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , spełnia równanie  $(*)$ ?

3. Czy istnieje takie  $q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ , że ciąg postaci  $x_n = nq^n$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , spełnia równanie  $(*)$ ?

4. Zauważ, że jeśli ciągi  $(x'_n)$  i  $(x''_n)$  spełniają równanie  $(*)$ , to dla dowolnych  $u, v \in \mathbb{R}$  ciąg  $(ux'_n + vx''_n)$  też spełnia równanie  $(*)$ .

5. Znajdź ciągi spełniające warunki:

a)  $x_0 = 1, x_1 = 1, x_{n+2} = x_{n+1} + x_n$  dla  $n = 0, 1, 2, \dots$

b)  $x_0 = 1, x_1 = 1, x_{n+2} = 2x_{n+1} + x_n$  dla  $n = 0, 1, 2, \dots$

6. Dane są liczby rzeczywiste  $a, b$  i  $c$ . Przedyskutuj sposób szukania ciągów  $(x_n)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , spełniających równanie

$$x_{n+2} + ax_{n+1} + bx_n + c = 0 \quad \text{dla} \quad n = 0, 1, 2, \dots$$