

19 XI 2002

Bukiet 4

Niech  $O$  będzie punktem przecięcia symetralnych trójkąta  $ABC$ ,  $H$  punktem przecięcia wysokości, zaś  $S$  środkiem odcinka  $OH$ . Niech punkty  $D, E, F$  będą (odpowiednio) środkami boków  $BC, CA, AB$ , punkty  $K, L, M$  spodkami wysokości poprowadzonych z wierzchołków  $A, B, C$ , zaś punkty  $P, Q, R$  środkami odcinków  $AH, BH, CH$ .

1. Wykaż, że odcinki  $FD$  i  $PR$  są równoległe do boku  $AC$ , odcinki  $FE$  i  $QR$  są równoległe do boku  $BC$ , odcinki  $FQ$  i  $ER$  są równoległe do wysokości  $AK$ , a odcinki  $FP$  i  $DR$  są równoległe do wysokości  $BL$ .

2. Zauważ, że czworokąty  $DRPF$  i  $ERQF$  są prostokątami.

3. Uzasadnij, że odcinki  $OF$  i  $RH$  są równe i równoległe.

4. Pokaż, że punkt  $S$  jest środkiem odcinka  $FR$ .

5. Udowodnij, że punkty  $D, E, F, K, L, M, P, Q, R$  leżą na jednym okręgu o środku  $S$ .

6. Czy coś się zmieni w powyższych rozważaniach, jeśli niektóre z występujących punktów będą się pokrywać?

19 XI 2002

Bukiet 4

Niech  $O$  będzie punktem przecięcia symetralnych trójkąta  $ABC$ ,  $H$  punktem przecięcia wysokości, zaś  $S$  środkiem odcinka  $OH$ . Niech punkty  $D, E, F$  będą (odpowiednio) środkami boków  $BC, CA, AB$ , punkty  $K, L, M$  spodkami wysokości poprowadzonych z wierzchołków  $A, B, C$ , zaś punkty  $P, Q, R$  środkami odcinków  $AH, BH, CH$ .

1. Wykaż, że odcinki  $FD$  i  $PR$  są równoległe do boku  $AC$ , odcinki  $FE$  i  $QR$  są równoległe do boku  $BC$ , odcinki  $FQ$  i  $ER$  są równoległe do wysokości  $AK$ , a odcinki  $FP$  i  $DR$  są równoległe do wysokości  $BL$ .

2. Zauważ, że czworokąty  $DRPF$  i  $ERQF$  są prostokątami.

3. Uzasadnij, że odcinki  $OF$  i  $RH$  są równe i równoległe.

4. Pokaż, że punkt  $S$  jest środkiem odcinka  $FR$ .

5. Udowodnij, że punkty  $D, E, F, K, L, M, P, Q, R$  leżą na jednym okręgu o środku  $S$ .

6. Czy coś się zmieni w powyższych rozważaniach, jeśli niektóre z występujących punktów będą się pokrywać?

19 XI 2002

Bukiet 4

Niech  $O$  będzie punktem przecięcia symetralnych trójkąta  $ABC$ ,  $H$  punktem przecięcia wysokości, zaś  $S$  środkiem odcinka  $OH$ . Niech punkty  $D, E, F$  będą (odpowiednio) środkami boków  $BC, CA, AB$ , punkty  $K, L, M$  spodkami wysokości poprowadzonych z wierzchołków  $A, B, C$ , zaś punkty  $P, Q, R$  środkami odcinków  $AH, BH, CH$ .

1. Wykaż, że odcinki  $FD$  i  $PR$  są równoległe do boku  $AC$ , odcinki  $FE$  i  $QR$  są równoległe do boku  $BC$ , odcinki  $FQ$  i  $ER$  są równoległe do wysokości  $AK$ , a odcinki  $FP$  i  $DR$  są równoległe do wysokości  $BL$ .

2. Zauważ, że czworokąty  $DRPF$  i  $ERQF$  są prostokątami.

3. Uzasadnij, że odcinki  $OF$  i  $RH$  są równe i równoległe.

4. Pokaż, że punkt  $S$  jest środkiem odcinka  $FR$ .

5. Udowodnij, że punkty  $D, E, F, K, L, M, P, Q, R$  leżą na jednym okręgu o środku  $S$ .

6. Czy coś się zmieni w powyższych rozważaniach, jeśli niektóre z występujących punktów będą się pokrywać?

19 XI 2002

Bukiet 4

Niech  $O$  będzie punktem przecięcia symetralnych trójkąta  $ABC$ ,  $H$  punktem przecięcia wysokości, zaś  $S$  środkiem odcinka  $OH$ . Niech punkty  $D, E, F$  będą (odpowiednio) środkami boków  $BC, CA, AB$ , punkty  $K, L, M$  spodkami wysokości poprowadzonych z wierzchołków  $A, B, C$ , zaś punkty  $P, Q, R$  środkami odcinków  $AH, BH, CH$ .

1. Wykaż, że odcinki  $FD$  i  $PR$  są równoległe do boku  $AC$ , odcinki  $FE$  i  $QR$  są równoległe do boku  $BC$ , odcinki  $FQ$  i  $ER$  są równoległe do wysokości  $AK$ , a odcinki  $FP$  i  $DR$  są równoległe do wysokości  $BL$ .

2. Zauważ, że czworokąty  $DRPF$  i  $ERQF$  są prostokątami.

3. Uzasadnij, że odcinki  $OF$  i  $RH$  są równe i równoległe.

4. Pokaż, że punkt  $S$  jest środkiem odcinka  $FR$ .

5. Udowodnij, że punkty  $D, E, F, K, L, M, P, Q, R$  leżą na jednym okręgu o środku  $S$ .

6. Czy coś się zmieni w powyższych rozważaniach, jeśli niektóre z występujących punktów będą się pokrywać?