

22 X 2002

Bukiet 2

Dane są liczby naturalne $m, n \geq 3$. Rozważmy wielościan (niekoniecznie foremny), którego wszystkie ściany są n -kątami i w którym przy każdym wierzchołku jest m ścian. Oznaczmy przez w liczbę wierzchołków, przez k liczbę krawędzi, a przez s liczbę ścian naszego wielościanu.

Zadanie 1. Uzasadnij, że $mw = 2k = ns$.

Zadanie 2. Wiadomo, że dla dowolnego wielościanu prawdziwy jest wzór $w - k + s = 2$. Korzystając z tego wzoru wykaż, że

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{k}.$$

Zadanie 3. Udowodnij nierówność $(m - 2)(n - 2) < 4$.

Zadanie 4. Wyznacz wszystkie pary (m, n) , dla których istnieje wielościan spełniający warunki zadania.

Zadanie 5. Wyznacz wszystkie pary (m, n) spełniające warunek

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2}$$

i zbadaj sens geometryczny tego przypadku.

22 X 2002

Bukiet 2

Dane są liczby naturalne $m, n \geq 3$. Rozważmy wielościan (niekoniecznie foremny), którego wszystkie ściany są n -kątami i w którym przy każdym wierzchołku jest m ścian. Oznaczmy przez w liczbę wierzchołków, przez k liczbę krawędzi, a przez s liczbę ścian naszego wielościanu.

Zadanie 1. Uzasadnij, że $mw = 2k = ns$.

Zadanie 2. Wiadomo, że dla dowolnego wielościanu prawdziwy jest wzór $w - k + s = 2$. Korzystając z tego wzoru wykaż, że

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{k}.$$

Zadanie 3. Udowodnij nierówność $(m - 2)(n - 2) < 4$.

Zadanie 4. Wyznacz wszystkie pary (m, n) , dla których istnieje wielościan spełniający warunki zadania.

Zadanie 5. Wyznacz wszystkie pary (m, n) spełniające warunek

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2}$$

i zbadaj sens geometryczny tego przypadku.

22 X 2002

Bukiet 2

Dane są liczby naturalne $m, n \geq 3$. Rozważmy wielościan (niekoniecznie foremny), którego wszystkie ściany są n -kątami i w którym przy każdym wierzchołku jest m ścian. Oznaczmy przez w liczbę wierzchołków, przez k liczbę krawędzi, a przez s liczbę ścian naszego wielościanu.

Zadanie 1. Uzasadnij, że $mw = 2k = ns$.

Zadanie 2. Wiadomo, że dla dowolnego wielościanu prawdziwy jest wzór $w - k + s = 2$. Korzystając z tego wzoru wykaż, że

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{k}.$$

Zadanie 3. Udowodnij nierówność $(m - 2)(n - 2) < 4$.

Zadanie 4. Wyznacz wszystkie pary (m, n) , dla których istnieje wielościan spełniający warunki zadania.

Zadanie 5. Wyznacz wszystkie pary (m, n) spełniające warunek

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2}$$

i zbadaj sens geometryczny tego przypadku.

22 X 2002

Bukiet 2

Dane są liczby naturalne $m, n \geq 3$. Rozważmy wielościan (niekoniecznie foremny), którego wszystkie ściany są n -kątami i w którym przy każdym wierzchołku jest m ścian. Oznaczmy przez w liczbę wierzchołków, przez k liczbę krawędzi, a przez s liczbę ścian naszego wielościanu.

Zadanie 1. Uzasadnij, że $mw = 2k = ns$.

Zadanie 2. Wiadomo, że dla dowolnego wielościanu prawdziwy jest wzór $w - k + s = 2$. Korzystając z tego wzoru wykaż, że

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{k}.$$

Zadanie 3. Udowodnij nierówność $(m - 2)(n - 2) < 4$.

Zadanie 4. Wyznacz wszystkie pary (m, n) , dla których istnieje wielościan spełniający warunki zadania.

Zadanie 5. Wyznacz wszystkie pary (m, n) spełniające warunek

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{2}$$

i zbadaj sens geometryczny tego przypadku.